Max Bense

Zeichenzahlen und Zahlensemiotik. Versuch der Grundlegung einer semiotischen Zahlentheorie

Es fällt auf, daß im Rahmen der mathematischen Zahlentheorie der Begriff der *Zahl*, wie es Hilbert wohl am deutlichsten unterschied, zwar genetisch (oder abstrahierend) und axiomatisch (oder implizit) eingeführt werden kann, daß aber gleichwohl damit keine explizite und definite Fundierung und Vorstellung gegeben wird, die im Rahmen der wissenschaftlichen Verwendung dieses Begriffes auch nur die geringsten erkenntnistheoretischen und ontologischen Bedürfnisse, die den formalen Aspekt übersteigen, befriedigen könnte. Die Festlegungen Peanos, Dedekinds, Freges, Russells bis zu Hilbert und Skolem unterscheiden sich in dieser Hinsicht kaum. „Eine rein formalistische Begründung der Zahlen ist für ihre Anwendung unzureichend", bemerkt Victor Kraft als Philosloph in „Mathematik, Logik und Erfahrung" (1947, 1970, p. 33) zum Thema der natürlichen Zahlen. Hilbert und Bernays, die Mathematiker, formulieren den gleichen Sachverhalt in den „Grundlagen der Mathematik" (1934, p. 2) mit den Worten: „Die formale Axiomatik bedarf der inhaltlichen notwendig als ihre Ergänzung, weil durch diese überhaupt erst die Anleitung zur Auswahl der Formalismen und ferner für eine vorhandene formale Theorie auch erst die Anweisung zu ihrer Anwendung auf ein Gebiet der Tatsächlichkeit gegeben wird." Doch muß andererseits auch hervorgehoben werden, daß Hilbert mit seinem Begriff des „Gedankendinges", das „durch ein Zeichen benannt" wird, wie es in „Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik" heißt, bereits 1904 die Intention der Zahlentheorie auf den Zusammenhang zwischen *Zahl* und *Zeichen* gelenkt hat, der hier nicht nur in Erinnerung gebracht, sondern auch theoretisch abgesteckt und begründet werden soll. Unser Thema ist also eine Einführung der Zahlen als Zeichen bzw. der *Zeichenzahlen* als Gegenstand einer *semiotischen Zahlentheorie* im Sinne einer Zeichentheorie der Zahlen.

Die Frage, die also gestellt wird, betrifft das Problem, ob und wie weit der Begriff der Zahl durch den Zeichenbegriff der Semiotik vom Peirceschen Typ (d.h. durch eine triadisch-trichotomische Zeichenrelation) identifiziert werden kann bzw. — und das scheint mir das wesentliche zu sein — ob, falls die Intentionen unseres denkenden und ausdrückenden Bewußtseins überhaupt als Zeichenprozesse verlaufen, die Zahlen selbst schon als (triadische) Zeichenrelationen gegeben sind oder erst zu Zeichen erklärt werden müssen. Jede fundierende und nicht nur definierende Axiomatik oder Genetik der Zahl müßte, wenn sie theoretisch und applikativ sicher gehen und erfolgreich sein will und die logische Präzision nicht durch eine methodische Vernachlässigung der Thematisation in den Grundlagen erkaufen möchte, wenigstens den Versuch einer Beantwortung vorbereiten können. Soweit nun in den letzten Jahrzehnten die Erweiterung des mathematischen Formalismus in den logischen Formalismus zu einem gewissen Abschluß gebracht werden konnte, wird es notwendig, diesen doppelt *extensionalisierten Formalismus* auch *fundierend zu thematisieren,* um ihn nicht in einen Leerlauf einmünden zu lassen, der umso anfälliger wird für Störungen seines Regelsystems, je präziser und feiner er konstituiert wurde. Mir scheint nun, daß die *semiotische Thema-*

tisierung der wesentlichen Begriffe der mathematischen Zahlentheorie zugleich auch deren metamathematischen Fundierung und erkenntnistheoretischen Seinsbezügen entspricht.

Die Hypothese, die im Folgenden in eine These überführt werden soll, besteht in der Behauptung, daß *Zahlen* (im Sinne dessen, was Peirce als „ideal state of things" oder Hilbert als „Gedankendinge" gelegentlich bezeichneten) keine *gegebenen,* sondern denkend *ernannte* Zeichen sind, die als solche in einem intelligiblen Prozesse Existenz gewinnen. Die Ziffern, die wir zur (sprachlichen) Bezeichnung der *Zahlen* benutzen, fungieren lediglich wie die (sprachlichen) Ausdrücke *Icon, Rhema* oder dgl., die wir als (sprachliche) Terme semiotischer Fakten benötigen.

Unter einer *Zahl* verstehen wir somit eine (zeichenanaloge) *triadische Relation (R):*

$$Za = R(Za(M), Za(O), Za(I))$$

derart, daß jede Zahl (wie jedes Zeichen) ein Repertoire (ZA(M)), einen Objektbezug (Za(O)) und einen Interpretanten (Za(I)) besitzt.

Dieser semiotische Sachverhalt ist in den axiomatischen Systemen Peanos, Dedekinds, und Hilberts nicht erkennbar für die „natürlichen Zahlen" formuliert, d.h. das triadische Bezugssystem der „natürlichen Zahlen" ist aus jenen Axiomatiken nicht herauszulesen. Doch kann man auf ein Axiomensystem zurückgehen, daß Ch. S. Peirce 1881, also 8 Jahre vor Peano (der seine Axiome zuerst 1889 publizierte), entwickelte und das erst kürzlich von Carolyn Eisele in den „New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce" (Vol. I, Arithmetic, Ms. 40) leider kommentarlos vorgelegt wurde. Es handelt sich um ein relativ offen formuliertes System von deskriptiv-definitorischen, prinzipiellen Aussagen über die „Zahlen" und die Reihe der „natürlichen Zahlen" unter dem Titel „Axioms of Number". Ausdrücklich wird die aus 15 Punkten bestehende Folge von Axiomen als „list of the assumptions of arithmetics" verstanden. Es gibt Übereinstimmungen mit dem Peanoschen System, was den relationalen und ordinalen Charakter der „natürlichen Zahl" anbetrifft. Der Prozeß der Entwicklung der Zahlenreihe wird als „Zählprozeß" eingeführt, der mit einer „Einheit" beginnt und dann mit Hilfe des Nachfolgeprinzips („greater than") fortgesetzt wird. Das wesentliche der Peirceschen Axiomatik scheint nun darin zu bestehen, daß (mindestens im Prinzip) nicht nur jeder Zahl ein Objektbezug zukommt, sondern auch der „Zählprozeß" als solcher, und zwar in dem Sinne, daß das Abzählen einer Zahl einem Objektbezug konstruktiv entspricht. In dieser Hinsicht ist für unsere semiotische Analysis das XIV. Axiom der Peirceschen Liste das wichtigste: „In any counting, the final number of the count *counts off* an object".

Das XV. Axiom verschärft alsdann den Auszählprozeß im Objektbezug: „In any counting, the final number of the count is greater then any other number that *counts off* an object." (Hervorhebungen v.V.).

Wie weit Peirce in diesem Axiomensystem den effektiv formulierten Objektbezug tatsächlich als eine indexikalisierende Auszählung im Sinne der 1881 vorliegenden semiotischen Basistheorie und ihrer Konzeption des Objektbezugs verstand, ist kaum zu entscheiden. Doch es kann vermutet werden, daß diese Formulierungen nicht gänzlich unabhängig von semiotischen Interessen entstanden sind. (vgl. E. Walther, Erste Überlegungen von C.S. Peirce zur Semiotik in den Jahren 1860–66, Semiosis 1, 1976). Jedenfalls scheint festzustehen, daß Peirce auf einen Objektbezug der Zahl, und zwar in einem *indexikalischen, ordinalen* Sinne des „Nachfolgers" reflektiert hat. Aus seinen

Axiomen, aus denen er, wie gesagt, die Sätze der Artithmetik als ableitbar ansah, ist eine Unterscheidung zwischen *Abzählbarkeit* und *Auszählbarkeit* herauslesbar, die schon die Hilbertsche Unterscheidung zwischen *Anzahl* und *Maßzahl* nahelegt, auf die wir mit späteren Bemerkungen zum Objektbezug der Zahl noch einmal zurückkommen werden.

Geht man davon aus, daß bereits die thetische Einführung des Zeichens als eine triadische Relation im Sinne von Z = R(M, O, I) bzw. (P, RP, RRP) das Repertoire der Mittel M als Repertoire sinnlicher Daten, die zum allgemeinen Weltrepertoire gehören, auswählt und als solche, d.h. als Präsentant (P) im Repräsentanten (RP=O) sowie im Repräsentanten des Repräsentanten (RRP=I) immer mitsetzt bzw. *mitführt*, dann erkennt man deutlich den antiplatonischen Zeichenbegriff in der speziellen Peirceschen Konzeption. Mit dem semiotischen Begriff der Zahl, also mit ihrer triadischen Relation, verbindet sich dann zwangsläufig auch der nichtplatonische Seinsmodus der Zahl, der natürlich dem abstrahierenden, also selektiven aristotelischen Prozeßmodus (Emergenz, Auszählung) des Seienden entspricht.

Gewisse Überlegungen, die R.L. Goodstein in seinem Aufsatz „On the nature of mathematical systems" durchführte und die sich auf die „natürliche Zahl" als der „ältesten und wichtigsten" der „mathematischen Entitäten" beziehen, können in gewisser Hinsicht (wenn auch nicht im Sinne einer Kleinschen „Präzisionsmathematik", sondern eher im Sinne dessen „Approximationsmathematik") die Peircesche Konzeption der „natürlichen Zahl" als bloße Kollektion und auszählbare Entität stützen. „Die Zahl ist nur eine der Ketten, welche die Mathematik mit der realen Welt verbindet", ist eine Bemerkung, deren genauere Bedeutung erst durch das semiotische Prinzip der Mitführung des Präsentanten in allen Repräsentanten des triadischen Zahlenbegriffs gegeben ist. Näher unseren Konzeptionen stehen indessen folgende Ausführungen Goodsteins: „Wenn man sagt, ein Zimmer habe drei Fenster, dann sagt man es hat ein Fenster und ein Fenster und ein Fenster.. Zählen ist ein Prozeß der Übertragung nicht der Entdekkung. Der Unterschied zwischen Zahlzeichen (Number signs) und anderen Wörtern besteht darin, daß Zahlzeichen durch eine Regel gebildet (spelt) werden. Zahlzeichen sind Wörter, die mittels des Buchstaben 1 und nur durch diesen ‚gebildet' werden... Anscheinend ist der Zahlbegriff nur auf arithmetische Transformationsregeln und auf den Gebrauch von Kollektionen als Zahlzeichen zu gründen. Die Frage „was ist eine Zahl" sollte ersetzt werden durch die erweiterte Frage „was ist Arithmetik und was sind ihre Anwendungen".

Um die semiotische Einführung der „natürlichen Zahlen" als triadische *Zeichenzahlen* gewissermaßen stärker im axiomatischen Sinne zu legitimieren, ist es notwendig, den *medialen Charakter* der Zahl, d.h. Za(M) oder die Zahl als Repertoire zu bestimmen. Sowohl bei Peirce wie bei Peano und später bei Hilbert (1904) erscheint die Einheit, die „1" als die den Zählprozeß bzw. die Reihe der „natürlichen Zahlen" generierende und garantierende Anfangszahl oder Grundzahl. Im semiotischen Sinne (wie übrigens auch für Euklid) ist diese „1" als Einheit zunächst selbst keine eigentliche Zahl, da sie, was vor allem die Peano-Axiome hervorheben, nicht als Nachfolger einer vorangehenden Zahl aufgefaßt werden kann, semiotisch gesehen also kein Repräsentant, sondern ein Präsentant ist. Halten wir also die Axiomatik der „natürlichen Zahlen" ($\mathbb{N}$) im Sinne Peanos, Peirces und Hilberts fest, dann fungiert eine Zahl als Mittel der Zeichenzahl (Za(M)), indem sie in jedem Falle (im Zählprozeß wie in der Zahlenreihe) als über der *ersten* Zahl bzw. über der Einheit bzw. der „1" abzählbar (und auszählbar) rekonstruierbar erscheint, derart, daß der Präsentant („1") in jedem nachfolgenden Repräsentanten repräsentiert wird. Der Repertoirecharakter der „1" besteht also darin, daß die gesamte Reihe der „natürlichen Zahlen" durch additive Repetition dieser „1" bzw. der medialen Einheit aufgebaut (abgezählt und ausgezählt) werden kann. Diese repetitionelle Exhaustion der Einheit legitimiert sie semiotisch als Repertoire bzw. als genuine und kategoriale Erstheit (Firstness) im Peirceschen Sinne, d.h. als einelementiges Repertoire oder modal als Inbegriff der eigentlichen (genuinen) Möglichkeit, kurz, als „1.1". Daß also die Einheit der Abzählbarkeit (oder der Auszählbarkeit) der natürlichen Zahlenreihe überhaupt als Repertoire verstanden werden muß, erweist die Zahl als *mediale Zeichenzahl* und stellt die primäre Aufdeckung des *semiotischen Status* zahlentheoretischer Gegenstände dar. Die herbe Kritik, die seiner Zeit Heinrich Scholz in „Was will die formalisierte Grundlagenforschung?" (Dtsch. Math. 7, 2/3, 1943) an Hilbert-Bernays' zeichentheoretischer Einführung der Zahlentheorie in „Grundlagen der Mathematik" I (§ 2, p. 20) geübt hat, beruht auf seinem Mißverständnis und seiner wissenschaftstheoretischen Unterschätzung der Möglichkeiten einer Zeichenkonzeption überhaupt und erweist sich damit als hinfällig.

Nun ist selbstverständlich zu berücksichtigen, daß in der Folge der methodischen Erweiterung des Zahlenbereichs der natürlichen Zahlen ($\mathbb{N}$) mit Einschließung der Null ($\mathbb{N}_0$) über der Operation der Subtraktion der Zahlenbereich bzw. der Zahlenbegriff der „ganzen Zahlen" mit den „negativen Zahlen" ($\mathbb{Z}$) erreicht wird, derart, daß die „natürlichen Zahlen" in den „ganzen Zahlen" eingebettet sind.

Semiotisch beruht eine solche Erweiterung des Zahlenbereichs offensichtlich auf einer Erweiterung des Repertoirebegriffs, genauer: auf einer Erweiterung des dem ursprünglichen Zeichenzahlbereich zugehörigen Repertoires seiner triadischen Relation. Die semiotische Erweiterung des Repertoires der „natürlichen" Zeichenzahlen zu einem Repertoire der „ganzen" (mit negativen) Zeichenzahlen führt zu einem *komplementierten* Repertoire, das mit dem Repertoire auch sein Komplement enthält; wir sprechen deshalb in diesem Falle von einem *Booleschen* Repertoire das neben dem Repertoire auch sein Co-Repertoire enthält. Zu beachten ist, daß dieser Begriff des „Co-Repertoires" zum allgemeineren Begriff des „Co-Zeichens" gehört, wie wir ihn seit längerem in der Semiotik verwenden. Der Begriff bezeichnet für ein vorgegebenes, präsentiertes Repertoire möglicher Repräsentanten primär jene Teilmenge disponibler und selektierbarer medialer Element, die von der thetischen Generierung (bzw. Semiose) relevanter, brauchbarer Repräsentanten ausgeschlossen sind. Darüber hinaus aber bezieht er sich sekundär und speziell wie in unserem Fall der jetzt zu erörternden „ganzen Zahlen" ($\mathbb{Z}$) und ihrer Bestimmung als „Zeichenzahlen" auf ein zwei-elementiges Repertoire, das gewissermaßen symmetrisch komplementiert ist, d.h. das zugleich mit jedem selektierbaren Präsentanten auch den selektierbaren Co-Präsentanten (abzählbar und auszählbar) präsentiert.

Dabei gilt selbstverständlich zu beachten, daß in einem solchen zwei-elementigen, symmetrisch komplementierten Repertoire nur in dem Sinne ein „Nullelement", „Nullrepräsentant" bzw. eine „Nullzeichenzahl" existiert, in dem es ein Element gibt, das zugleich als Co-Element bzw. einen Präsentanten gibt, der zugleich als Co-Präsentant fungiert. So fungiert die „Null" auf der Achse der „ganzen Zahlen" als „Nullzeichenzahl", die zugleich Präsentant und Co-Präsentant ist und die Reihe der „positiven ganzen Zahlen" von den „negativen ganzen Zahlen" trennt.

Um die triadische Zeichenzahl-Relation zu fixieren, ist es nach der Erörterung des diesbezüglichen Repertoirebegriffs und der Konzeption eines relevanten Objektbezugs noch notwendig, den entsprechenden Interpretantenbezug einzuführen.

Im Rahmen der triadischen Zeichenrelation interpretiert der Interpretant den Objektbezug. Der Interpretant repräsentiert den Objektbezug in einem Kontext, d.h. der Interpretant wird als Repräsentant des Repräsentanten verstanden. Man erinnert sich nun, daß in der mathematischen Zahlentheorie gewisse „Zahlenbereiche" bzw. „Zahlkörper" auf Grund der sie definierenden Operationsregeln ausdifferenziert werden. Man unterscheidet in dieser Hinsicht die „natürlichen Zahlen" (**N**), von den „ganzen Zahlen" (**Z**), den „rationalen Zahlen" (**Q**), den „reellen Zahlen" (**R**) und den „komplexen Zahlen" (**C**). Ihre (mengentheoretische) Anordnung zu einem „Turm" zeigt, daß ihre Entwicklung auf der Erweiterung ihrer operationellen „Bereiche" beruht:

$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R} \subset \mathbf{C}$$

Zweifellos haben also die unterschiedenen Zahlen in den ausdefinierten und ausdifferenzierten Zahlenbereichen oder Zahlkörpern ihren Interpretanten. Unter Voraussetzung dieser zahlentheoretischen und zahlensemiotischen Vorstellungen und Termen kann nun die *triadische Zeichenzahlrelation* ($ZZa_{\mathbf{N}}$) über der elementaren triadischen Zeichenrelation ($R(M,O,I)$) für die „natürlichen Zahlen" wie folgt fixiert werden

$$ZZa_{\mathbf{N}} = ZR\ (PRep,\ Nf,\ \mathbf{N}),$$

worin PRep das präsentierte Repertoire, Nf den „Nachfolger" bzw. die „Nachfolgerfunktion" und **N** die Menge der „natürlichen Zahlen" nominiert.

Im Anschluß an diese triadische Einführung der „natürlichen Zahl" als Zeichenzahl kann nun das trichotomische Subzeichensystem der triadischen Korrelate rekonstruiert werden. Die folgende tabellarische Zusammensetzung zeigt über den triadischen Komponenten der Zeichenzahl deren Trichotomien, d.h. in dieser Subzeichentabelle wird die Zeichenzahl der „natürlichen Zahl" als ein vollständiges Zeichen bzw. als eine *vollständige Zeichenzahl* festgelegt:

Qu	Sin	Leg
Menge Ic	Stellenwert In	Zeichengestalt Sy
Kardinalzahl, Anzahl, Kollektion Rhe	Ordnungszahl, Maßzahl Dic	Zahlzeichen Arg
Zahlenreihe	berechenbare Zahlen in Funktionen bzw. Gleichungen	Einbettungssystem der „natürlichen" Zahlen in den „Ring" der „ganzen" Zahlen

Auf der Grundlage dieser semiotischen Konzeption des mathematischen Zahlbegriffs (im Anschluß an Peirce, Peano und Hilbert) als vollständige triadisch-trichotomische Relation kann nun auch die Zeichenklasse für die Zeichenzahl als solche entwickelt werden.

Dabei muß jedoch unterschieden werden zwischen der Zeichenklasse der Zeichenzahl der Zahlen der natürlichen Zahlenreihe („**N**") und der Zeichenklasse der Zeichenzahl „berechenbarer Zahlen" (als Werte berechenbarer Funktionen bzw. als Lösungen von Gleichungen).

Die Zeichenklasse der Zeichenzahl der „natürlichen Zahlenreihe" ist selbstverständlich durch die rhematische Klasse

$ZK_{(\mathbf{N})}$: 3.1 2.2 1.3

und die Zeichenklasse der Zeichenzahl der „berechenbaren Zahlen" ist durch die dicentische Klasse

$ZK_{(Zaf)}$: 3.2 2.2 1.2

gegeben.
Es ist hinzuzufügen, daß die erkenntnistheoretische *Wirklichkeit* beider Zahlenobjekte durch „2.2", d.h. durch den vollständigen Modus der zweitheit bestimmt ist.

Als Realitätsthematik gewinnt man aber (durch Dualisation) für die „natürliche Zahlenreihe"

$RTh_{(\mathbf{N})}$: 3.1 2.2 1.3,

also wiederum die Zeichenthematik dieser Zeichenzahl, für die Realitätsthematik der „berechenbaren Zahlen" hingegen ergibt sich

$RTh_{(Zaf)}$: 2.1 2.2 2.3,

also die vollständige Realitätsthematik des Objektbezugs dieser Zeichenzahlen. Offenbar besitzt also die „natürliche Zahlenreihe", d.h. besitzt eine Zahl als Repräsentant in der Reihe der „natürlichen Zahlen" nur eine Zeichenklasse bzw. nur eine Zeichenthematik, während die „berechenbare Zahl" (einer berechenbaren Funktion) neben der Zeichenthematik ihrer Zeichenzahlklasse auch eine, und zwar vollständige Realitätsthematik ihres Objektbezugs aufweist.

Zum Abschluß dieser Überlegungen zu einer möglichen semiotischen Begründung der mathematischen Zahlentheorie möchte ich noch einen Hinweis auf die Semiotik der „Primzahlen" geben, insbesondere auch deshalb, weil diese Zahlen eine gewisse Rolle im Rahmen der Arithmetisierungstechniken der Gödelschen Metamathematik bzw. Beweistheorie spielen, was wiederum von semiotischem Interesse ist.

Auf diese speziellen Probleme werde ich jedoch erst in einer späteren Untersuchung zurückkommen. Hier handelt es sich um ein paar Grundkonzeptionen.

In unseren Überlegungen zur Semiotik der „Primzahl" wird übrigens die „1" (wie das ja gelegentlich auch in der Mathematik geschieht) durchaus zu den Primzahlen gerechnet. Wir führen „1", „2" und „3" als die ersten drei und aufeinanderfolgenden Primzahlen ein (was mathematisch legitimiert werden kann durch den Hinweis auf die Definition, danach eine Primzahl nur durch sich und 1 teilbar ist), um damit, wie das Peirce

(Letters to Lady Welby, 1908–1911, ed. v. Lieb 1953) getan hat, die ordinalen Fundamentalkategorien der Erstheit, der Zweitheit und der Drittheit zu nominieren.

Diese Nominierung ist eine Präsentation, sofern mit den Primzahlzeichen tatsächlich Erstheit, Zweitheit und Drittheit in einem fundamentalen, ordinalen und kategorialen Sinne „sich von sich selbst her zeigen". Darüberhinaus sind diese Bestimmungen insofern Kategorien, als sie die Bedingungen, die im allgemeinen an diese Allgemeinbegriffe gestellt werden müssen, also die Bedingungen der *Unzerlegbarkeit,* der *Generalität,* der *Vollständigkeit* und der *Anteriorität* erfüllen.

Sofern die Peirceschen Fundamentalkategorien Erstheit, Zweitheit und Drittheit durch die drei ersten, ordinal verwendeten aufeinanderfolgenden Primzahlen „1", „2", „3" präsentiert werden, können sie als *kategoriale* Zahlen bzw. als kategoriale *Primzeichen* verstanden und definiert werden. Tatsächlich läßt sich das *vollständige* Zeichen, wie bekannt, über diesen kategorialen Primzeichen rekonstruieren:

$$
\begin{aligned}
ZR = \; & .1.(1.1,\ 1.2,\ 1.3) \\
& .2.(2.1,\ 2.2,\ 2.3) \\
& .3.(3.1,\ 3.2,\ 3.3)
\end{aligned}
$$

Peirce verstand die Erstheit der Erstheit (1.1), die Zweitheit der Zweitheit (2.2) und die Drittheit der Drittheit (3.3) als genuine Kategorien. D.h. aber auch, daß die genuinen Kategorien semiotisch als vollständige Primzeichen (.1., .2., .3.), deren ordinaler Stellenwert in der triadischen und trichotomischen Komponente der gleiche ist, aufgefaßt werden können und in dieser Eigenschaft modal fungieren und fundieren.

Literatur

Dirichlet-Dedekind, *Vorlesungen über Zahlentheorie,* 4. Aufl. 1894

R.L. Goodstein, „On the nature of mathematical systems", *Dialectica* 12, 47/48, (3/4), 1958

E. Landau, *Grundlagen der Analysis,* 1965 (1930)

Ch.S. Peirce, *New Elements of Mathematics,* Vol. I, Artithmetic, Ms. 40, Ed. C. Eisele, 1975

Ch.S. Peirce, *Zur semiotischen Grundlegung von Logik und Mathematik,* („On the Foundations of Mathematics, Traité de la Logique), edition rot, nr. 52, 1976

A. Scholz, *Einführung in die Zahlentheorie,* 1945

R. Strehl, *Zahlbereiche,* 1972

Summary

This research tries to uncover and describe the semiotic foundations of the mathematical theory of numbers. The starting point is to bring in the theory of numbers as a theory of sign-numbers, i.e. the numbers are not brought in as Platonic "giveness", but as thetic representamens, respectively as triadic sign relations. This is possible with the help of the class of signs, which has been ascertained for the "numbers". To begin with, the conception of number is restricted to integers; but the found conception "sign-number" is also expanded allusively to other classes of signs. The name "prime-sign" is used (in analogy to the name "prime-number" in the theory of numbers) for the notions "Firstness", "Secondness" and "Thirdness", which have been brought in by Peirce for the fundamental categories.

SEMIOSIS 6

Internationale Zeitschrift für
Semiotik und ihre Anwendungen,
Heft 2, 1977

Inhalt

Robert Marty: *Çatégories et foncteurs en sémiotique* 5

Wolfgang Berger: *Funktoren und die Autoreproduktion der Zeichen* 16

Max Bense: *Zeichenzahlen und Zahlensemiotik* 22

Gérard Deledalle: *Pour lire la théorie des signes de Charles S. Peirce* 29

Luigi Romeo: *The Derivation of 'Semiotics' through the History of the Discipline* 37

D.S. Clarke, Jr.: *Natural Signs and Evidence* 50

Tomonori Toyama: *Aspects of Design Semiotics* 57

Jarmila Hoensch: *Semiotische und ästhetische Aspekte der theatralischen Handlung* 63

Concrete Poetry from East and West Germany von Liselotte Gumpel (Friederike Roth) 71

Semiotische Prozesse und Systeme von Max Bense (Werner Burzlaff) 72

Kodikas (Achim Eschbach) 73

Nachrichten 74