

DIE BASISTHEORIE DER SEMIOTIK UND DIE KLEINE 'MATRIX'

Elisabeth Walther zum 75. Geburtstag gewidmet

Die Entwicklung der Grundideen von Ch. S. Peirce zu einer Theorie der modernen Semiotik ist ein wichtiger Beitrag der 'Stuttgarter Schule', an dem Max Bense und Elisabeth Walther großen Anteil haben. Die in Stuttgart entwickelte Theorie wurde von Max Bense „Basistheorie der Peirceschen Semiotik“ genannt. Eine wesentliche Rolle bei dieser Basistheorie spielt die sogenannte 'kleine Matrix' die Anlaß zur Bewunderung, aber auch zu Kontroversen gewesen ist (Walther, E., in: *Semiosis*, H. 3/4, 1991). Der Versuch, die triadische Zeichenrelation von Peirce mit einer 3 x 3-Matrix in Verbindung zu bringen und die Elemente der Zeichenrelation mit Hilfe des Matrixschemas numerisch zu kennzeichnen, ist ohne Zweifel ein interessanter und originärer Schritt von Max Bense und Elisabeth Walther gewesen. Das Denken in und Arbeiten mit Matrizen haben eine lange Tradition in der Mathematik, die in vielen Bereichen der Technik und Naturwissenschaften immer wieder bahnbrechend gewirkt hat. Man darf hier erwähnen, daß das Denken in Matrizen aus dem alten China her stammt, wo zum erstenmal - beim Lagern von verschiedenen Getreidesorten in Silos - lineare Gleichungssysteme indirekt mit Hilfe von Matrizen gelöst wurden. Dieses Verfahren ist heute als Gaußscher Algorithmus bekannt und läßt sich mit Hilfe der Matrizenrechnung durchführen.

Die Peirceschen Kategorien und Subzeichen, in numerischer Schreibweise in der Form der 'kleinen Matrix' geschrieben, ermöglichen es, die zehn Zeichenklassen jeweils als 3-Tupel von Zahlenpaaren darzustellen: 3.1 2.1 1.1 steht z. B. für die Zeichenklasse: rhematisch-iconische-Qualizeichen. Die Schreibweise 3.1 2.1 1.1 liefert offensichtlich klare Informationen über die jeweiligen Stufen der an dem Zeichen beteiligten Subzeichen, was bei der umgangssprachlichen Darstellung nicht der Fall ist.

Die Zahlenpaare 3.1 2.1 1.1 - genauso die anderen Zeichenklassen - zeigen aber, daß hier in 2 Schritten vorgegangen wird: zuerst werden mit Hilfe einer 2-stelligen Relation - unter Beachtung der Wohlordnungsregel - die Zahlenpaare gebildet, dann in einer bestimmten Reihenfolge geschrieben - als 3-Tupel - als Element einer 3-stelligen (Zeichen-) Relation interpretiert. Alle 10 3-Tupel von Zahlenpaaren zusammengenommen repräsentieren die triadische Zeichenrelation vollständig.

Durch die Dualisierung geht man noch einen Schritt weiter und gewinnt aus den numerischen Bezeichnungen der Zeichenklassen die jeweiligen Bezeichnungen für die Realitätsthematiken. Man könnte diese Darstellungsweise eine Stufe expliziter machen und nicht nur die Form einer 3×3 -Matrix verwenden, sondern diese Matrizen selbst ins Spiel bringen, was dann auch mehr Information über den Aufbau einzelner Zeichenklassen und deren 'Abhängigkeit' voneinander liefert.

K sei eine Menge mit 2 Elementen '0' und '1', d. h.: $K = \{0, 1\}$. Wir nennen sie 'Null' und 'Eins'. Sie sind den gleichnamigen Zahlen ähnlich, aber hier mit ihnen nicht zu verwechseln. Für K definieren wir eine Addition '+' und Multiplikation '·' wie folgt:

$$0 + 0 = 0; 0 + 1 = 1; 1 + 0 = 1; 1 + 1 = 0 \quad (1)$$

$$0 \cdot 0 = 0; 0 \cdot 1 = 0; 1 \cdot 0 = 0; 1 \cdot 1 = 1 \quad (2)$$

Die Eigenschaft $1 + 1 = 0$ ist etwas auffallend, aber zulässig. Aufgrund dieser Eigenschaft gilt auch, daß das inverse Element von 1 bez. Addition - bezeichnen wir es mit -1 - ebenfalls 1 ist. Das heißt, es gelten:

$$-1 = 1 \quad -0 = 0 \quad (3)$$

K zusammen mit '+' und '·' bilden bekanntlich einen Körper im Sinne der Algebra (Fischer, G.: Lineare Algebra, 1978, S. 36).

Wir betrachten nun die Menge aller 3×3 -Matrizen, deren Elemente jeweils 0 oder 1 sind - d. h. aus Elementen von K bestehen. Diese Menge wird mit $M(3 \times 3, K)$ bezeichnet.

Es gibt zunächst einmal 3 Matrizen dieser Art, d. h. 3 Elemente von $M(3 \times 3, K)$, die auffallen:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ferner gibt es 9 Matrizen:

$$E_1^1 := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad E_1^2 := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad E_1^3 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_2^1 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad E_2^2 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad E_2^3 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_3^1 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad E_3^2 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad E_3^3 := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

die eine besondere Bedeutung haben.

Es ist leicht zu erkennen, daß die Matrix E_i^j ; $i, j \in \{1, 2, 3\}$ an der Schnittstelle der i -ten Zeile und der j -ten Spalte 1 stehen hat, sonst überall 0.

Den 9 Subzeichen:

- Quali-, Sin-, Legi-,
- Icon-, Index-, Symbol-,
- Rhema-, Dicent-, Argument-Subzeichen

ordnen wir der Reihenfolge nach folgende Matrizen zu:

$$\begin{array}{ccc} E_1^1, & E_1^2, & E_1^3, \\ E_2^1, & E_2^2, & E_2^3, \\ E_3^1, & E_3^2, & E_3^3. \end{array}$$

Wir definieren auch die Addition von zwei Matrizen: Die Summe von 2 Matrizen ist die Matrix, die durch die Addition von entsprechenden Elementen entsteht. Zum Beispiel:

$$E_1^1 + E_1^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1+1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_1^2 + E_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Die Zeichenklassen von Peirce lassen sich nun mit Hilfe von E_i^j ; $i, j \in \{1, 2, 3\}$ mittels der Matrixaddition wie folgt konstruieren:

z. B.:

$$3.2.2.2.1.3 \leftrightarrow E_3^2 + E_2^2 + E_1^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Die Dualisierung von 3.2.2.2.1.3 ergibt: 3.1.2.2.2.3. Ihr entspricht die Matrix, die die

$$\text{Transponierte von } E_3^2 + E_2^2 + E_1^3 \text{ bzw. von } \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ ist.}$$

Da die Transponierte von E_i^j - bezeichnet durch ${}^t(E_i^j)$ - gleich E_j^i ist und für A, B aus $M(3 \times 3, K)$:

$${}^t(A + B) = {}^tA + {}^tB$$

gilt, folgt:

$${}^t(E_3^2 + E_2^2 + E_1^3) = E_2^3 + E_2^2 + E_3^1 = E_3^1 + E_2^2 + E_2^3 \leftrightarrow 3.1.2.2.2.3$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = {}^t \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Es gelten also folgende Zuordnungen:

Zeichenklassen Realitätsthematiken Zeichenklassen Realitätsthematiken

$$3.1.2.2.1.2 \times 2.1.2.2.1.3 \leftrightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{trans -} \\ \text{--} \\ \text{poniert} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

z. B.:

$$(E_3^1 + E_2^2 + E_1^2) \quad (= E_2^1 + E_2^2 + E_1^3)$$

Das Dreieck von C. S. Peirce läßt sich durch Matrizen wie folgt darstellen (s.a. E. Walther, in: *Semiosis 63/64*, Heft 3/4, 1991):

$$\begin{array}{cccc}
 \text{I} & & \text{V} & & \text{VIII} & & \text{X} \\
 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \cdot & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 E_3^1 + E_2^1 + E_1^1 & E_3^1 + E_2^1 + E_1^3 & E_3^1 + E_2^3 + E_1^3 & E_3^3 + E_2^3 + E_1^3 & & \\
 3.1 & 2.1 & 1.1 & 3.1 & 2.1 & 1.3 & 3.1 & 2.3 & 1.3 & 3.3 & 2.3 & 1.3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 \text{II} & & \text{VI} & & \text{IX} \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 E_3^1 + E_2^1 + E_1^2 & E_3^1 + E_2^2 + E_1^3 & E_3^2 + E_2^3 + E_1^3 & & & \\
 3.1 & 2.1 & 1.2 & 3.1 & 2.2 & 1.3 & 3.2 & 2.3 & 1.3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
 \text{III} & & \text{VII} \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 E_3^1 + E_2^2 + E_1^3 & E_3^2 + E_2^2 + E_1^3 & & & & \\
 3.1 & 2.2 & 1.3 & 3.2 & 2.2 & 1.3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \text{IV} \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc}
 E_3^2 + E_2^2 + E_1^2 & & & \\
 3.2 & 2.2 & 1.2 &
 \end{array}$$

Durch die Zeichenklassen-Matrizen - später im Text mit I, II, ..., X wie oben bezeichnet - erkennt man klarer, wie die einzelnen Zeichenklassen aus den Subzeichen aufgebaut sind. Jede Matrix aus $M(3 \times 3, K)$ - deshalb auch jede Zeichenklassen-Matrix - läßt sich nur auf eine Weise durch die Subzeichen-Matrizen E_i^j mittels der Matrixaddition aufbauen. Damit ist die Information über den gesamten Raum $M(3 \times 3, K)$ eigentlich in der Menge von Matrizen E_i^j enthalten. Die Matrizen E_i^j werden deshalb (in der linearen Algebra) eine Basis des (Vektor-)Raum $sM(3 \times 3, K)$ genannt. Die Betrachtung der Zeichenklassen als Elemente eines Vektorraumes - nämlich $M(3 \times 3, K)$ - führt also zum Ergebnis, daß die Subzeichen (-Matrizen) als Basis die Zeichenklassen (-Matrizen) mittragen. Beim Aufbau der Peirceschen Semiotik hat die 'Stuttgarter Schule' diese Subzeichen als Grundbausteine verwendet und den Begriff Basistheorie der Semiotik geprägt. Man könnte sagen, daß das Wort 'Basis' in diesem Zusammenhang angesichts der Vektorraumstruktur der Zeichenklassen durchaus auch inhaltlich eine Relevanz besitzt.

Obwohl die numerische Schreibweise von Max Bense und Elisabeth Walther die Zusammenhänge sehr präzise darstellt, öffnet die hier vorgestellte Matrizendarstellung der Zeichenklassen möglicherweise den Blick für andere Zusammenhänge, insbesondere die Beziehungen der Zeichenklassen untereinander, die einfach durch die Matrixeigenschaften gegeben sind. So wie die Additionen von E_i^j zum Aufbau von Zeichenklassen-Matrizen führen, kann eine Subtraktion von E_i^j - was aufgrund von (3) gleich einer Addition ist - von Zeichenklassen-Matrizen diese zu Trichotomie-Matrizen 'degradieren'! Zum Beispiel:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + E_1^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & (1+1) \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} =: A_1$$

(VI)

$$A_1 + E_1^2 = \begin{bmatrix} 0 & (0+1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \text{III.}$$

Folglich gilt:

$$\text{VI} + E_1^3 + E_1^2 = \text{III.}$$

Wenn wir die Abbildungen T_i^j von $M(3 \times 3, K)$ in $M(3 \times 3, K)$ wie folgt definieren:

$$T_i^j(A) = A + E_i^j; \quad A \in M(3 \times 3, K); \quad i, j \in \{1, 2, 3\},$$

können wir obige Schritte wie folgt beschreiben:

$$T_1^3(T_1^2(\text{VI})) = \text{III.}$$

Man kann auch sagen : die Zeichenklasse VI läßt sich mittels der Abbildungen T_1^2 , T_1^3 in die Zeichenklasse III überführen. Dies zeigt : III und VI sind in einem gewissen Sinne voneinander 'abhängig'. Ein Bild der 'Klassenabhängigkeiten' liefert folgendes Schema:

$$T_1^2 (T_1^1 (I)) = II ,$$

$$T_1^3 (T_1^1 (I)) = V$$

$$T_2^2 (T_2^1 (II)) = III$$

$$T_2^2 (T_2^1 (V)) = VI \quad T_2^3 (T_2^1 (V)) = VIII$$

$$T_3^2 (T_3^1 (III)) = IV$$

$$T_3^2 (T_3^1 (VI)) = VII \quad T_3^2 (T_3^1 (VIII)) = IX$$

$$T_3^3 (T_3^2 (IX)) = X.$$

Die Realitätsthematiken - als Trichotomische Triaden - (Walther, E.; Semiosis, Heft 3/4, 1991) lassen sich ebenfalls aus geeigneten E_i^j mittels der Matrixaddition aufbauen und als Matrizen des Vektorraumes $M(3 \times 3, K)$ darstellen. Auch die Problematik der 66 Zeichenklassen von C. S. Peirce könnte im Rahmen des Vektorraumes $M(3 \times 3, K)$ angegangen werden.

Die 'Kleine Matrix' - und die von ihr abgeleitete numerische Schreibweise hat - meiner Ansicht nach - klare Darstellungen sehr komplizierter Zusammenhänge aus der Peirceschen Semiotik ermöglicht und damit einen wichtigen Beitrag zur Fundierung der Semiotik geleistet. Die von mir hier eingeführte Darstellungsweise der triadischen Zeichenrelation ist als eine Interpretation der 'Kleinen Matrix' anzusehen und als solche eventuell als ihre Erläuterung.

Inhalt

Udo Bayer/ Juliane Hansen/ Karl Gfesser	5	Grußwort / Foreword
Ottomar Hartwig	7	Ein Bildzeichen für Elisabeth Walther-Bense zum 75. Geburtstag
Gérard Deledalle	8	Peirce, les Catégories et les Signes
Rosemarie und Fried Alstaedter	23	An Elisabeth
Frieder Nake	24	Der semiotische Charakter der informatischen Gegenstände
Georg Nees	36	Die Blindschleichen, das Eisenerz und die Zeichen. Semiotisch/kybernetische Erinnerungen und Vorahnungen
Wil Frenken	49	Für Elisabeth. PRO CAPTU LECTORIS HABENT SUA FATA LIBELLI
Elisabeth Emter	52	<i>Augenblick</i> . Eine Zeitschrift wider die metaphysische Behaglichkeit
Armin Mehling	60	Geburtstagsgruß
Wojciech H. Kalaga	61	Signification and Objects
Betty Leirner	71	espássaro
Jan Peter Tripp	73	<<Pauline>> (Noch 'ne Blume für E.)
Dinda L. Gorrée	74	Translation: Between Imaging, Modeling, and Manipulation
Angelika Jakob	84	Semiramis der Semiotik
Hans Brög	85	Am Rande der Semiotik
Karel Trinkewitz	91	Bernard Bolzanos Haus in Prag als angeblicher Tatort eines Mordes im Jahr 1848
Dušan I. Bjelić	94	The Levitational Physics of Icons and the Gravitational Theology of Newton
Lee Lichterloh	113	Komposition mit Schwarz
Rudolf Haller	114	Das Fortschreiten der Erkenntnis. Zur Verwendung semiotischer Zusammenhänge durch Benedictus de Spinoza
Frue Cheng	118	Neue Darstellung der Zeichenoperationen
Angelika Karger	128	Zeichenwirkung als philosophische Aufgabe
Jens-Peter Mardersteig	145	Faul im August
Udo Bayer	147	Zur Semiotik der Gartenkunst
M. Drea	165	Le monde en miniature

Karl Herrmann	167	Anwendung semiotischer Vorstellungen zur Erzeugung erkenntnistheoretischer Modelle
Thomas Gil	181	Der Zeichenbegriff in John Lockes empiristischer Erkenntnistheorie
Solange Magalhães	189	S/ Título
Magdolna Orosz	190	"Du kannst nur denken durch den Mittler Sprache." Vermittlung und zeichenhafte Welt in der deutschen Romantik
Reinhard Döhl	203	zuerst wurden die poetiken außer kurs gesetzt - dann kam der reim abhanden - schließlich fehlten sogar die worte. aprèslude
Helmut Kreuzer	209	Hiršals Jugendwelt. Oder eine "ungewohnte Form" der Autobiographie
Almir Mavignier	215	Konvex/Konkave Linie
Ilse Walther-Dulk	216	Auf der Suche nach der Philosophie Marcel Prousts
Xu Hengchun	232	Eine Skizze von Kulturuntersuchung
Vera Molnar	238	Variations Ste.-Victoire 1989-96
Barbara Wichelhaus	244	Der kreative Aufbau von Bedeutungen durch Malen und Zeichnen im Kindesalter
Engelbert Kronthaler	259	Du sollst Dir kein Bild machen ...
Karl Gfesser	274	Vorbemerkungen zu einer semiotischen Textanalyse
Maria Heyer-Loos	297	Montierte Landschaft
Alfred Toth	298	Auf dem Weg zur ersten semiotischen Grammatik
Hariss Kidwaii	311	Die Basistheorie der Semiotik und die Kleine Matrix
Wolfgang Kiwus	318	Computergrafiken
Herbert Heyer	320	Über asymptotisch fehlerfreie Übertragbarkeit von Information
Josef Klein	335	Über Intention und Intension in Ansehung des Aufbaus der deontischen Modalitäten - Zur normsemiotischen Kritik des Extensionalismus
Gerald L. Eberlein/ Angelika Karger	345	Semiotische Analyse eines sozio-kulturellen Phänomens am Beispiel von UFO-Gläubigkeit
Anita Kernwein	355	Bibliographie der Schriften Elisabeth Walthers