Zellulare und molekulare Musik – zur Kluft zwischen zwei Tönen

Entwurf einer Topologie der Musik

2010/2016

Musik und Moleküle

Anhand von historischen und experimentellen Musikbeispielen soll im Folgenden der Versuch unternommen werden, eine Topologie der Musik zu entwerfen. Normalerweise sind Noten Punkte und Linien auf der zweidimensionalen Fläche eines Papiers. Die Notation der Tonfolgen besteht aus Zeichen auf einer Fläche. Dennoch werden diese Noten als eine zeitliche Sequenz, eine zeitliche Reihenfolge interpretiert. Deswegen gilt Musik als Mutter aller zeitbasierten Künste. Die Musik ist aber auch die Mutter aller technologischen Künste. Mit den technischen Möglichkeiten von heute eröffnet sich die Option, so meine These, die Musik nicht als zeitliches Nacheinander, sondern als räumliches Nebeneinander zu definieren. Auf die klassische Intervalltheorie, schlage ich vor, solle die Theorie einer Musik folgen, welche die Kluft zwischen zwei Tönen als räumliche Nachbarschaft definiert. Ich verfolge also die Idee eines Wandels von einer temporalen zu einer topologischen Musik. Dabei denke ich allerdings nicht an die Rezeption von Musik im Raum, an einen Klangdom, an ein im Raum verteiltes Lautsprechersystem. Für mich ereignet sich spatiale Musik nicht in der Rezeption, sondern im Gegenteil bei der Produktion und Generierung von Musik. Mein Vorschlag zielt darauf ab, neue geometrische und mathematische Methoden heranzuziehen, um Musik räumlich zu komponieren, statt bisher zeitlich. Dabei werden die Noten als räumliche Punkte definiert, denen Zahlen oder Zellen oder Moleküle entsprechen. Die Beziehung zwischen den Noten wird verglichen mit den Beziehungen zwischen den Molekülen. Die physikalischen Eigenschaften der Moleküle werden in Korrespondenz gesetzt mit den physikalischen Eigenschaften der Noten. So wird die Musik ein Teil der Physik, der Chemie und der Mathematik.

Es hat im 20. Jahrhundert bereits Ansätze gegeben, insbesondere in den 1920er- und 1950er-Jahren, die klassische Musiktheorie zu verändern. Von der Zwölftonmusik bis zur seriellen Musik haben sich die neuen Musiktheorien der Frage gewidmet: Nach welchen nichtsubjektiven Regeln komme ich von einem Ton zum nächsten? Genau dies ist die zentrale Frage der Komponisten. Bisher wurde die Antwort in zeitbasierten Kompositionsregeln gefunden. Aber bei genauerer Betrachtung erkennen wir, dass sich die Komponisten bereits sehr früh für eine räumliche Anordnung der Töne, für räumliche Kompositionsregeln interessierten. Arnold Schönberg vergleicht bereits in seiner *Harmonielehre* (1911) die chemischen Verbindungen mit den Beziehungen zwischen den Tönen. Denn das Material, mit dem gearbeitet wird, besteht für den einen aus Atomen und Molekülen und für den anderen aus Tönen: »Das Material der Musik ist der Ton; worauf er zunächst wirkt, das Ohr. Die sinnliche Wahrnehmung löst Assoziationen aus und setzt Ton, Ohr und

Josef Loschmidt, Molekülschema aus *Chemische Studien*, 1861, Blatt 3

Empfindungswelt in Verbindung. Vom Zusammenwirken dieser drei Faktoren hängt alles ab, was in der Musik als Kunst empfunden wird. Zeigt nun gleichwohl, wie eine chemische Verbindung andere Eigenschaften hat, als die Elemente, die sie zusammensetzen, der Kunsteindruck andere Eigenschaften als solche, die sich aus jeder einzelnen seiner Komponenten ableiten ließen, so ist man doch berechtigt, bei der Analyse der Gesamterscheinung für manche Zwecke manche Eigenschaften der Grundbestandteile zur Betrachtung heranzuziehen. Es gestatten ja auch Atomgewicht und Wertigkeit der Bestandteile einen Schluß auf Molekulargewicht und Wertigkeit der Verbindung. Vielleicht ist es unhaltbar, aus einer der Komponenten, etwa aus dem Ton allein, alles ableiten zu wollen, was die Physik der Harmonie ausmacht.«[1] Schönberg bezieht sich erstaunlicherweise bei der Analyse der Tonbeziehungen auf die Analyse chemischer Verbindungen und verwendet bereits den Namen »Molekulargewicht«. Hier könnte bereits der Ursprung einer molekularen Theorie der Musik liegen.

Des Weiteren beschreibt Schönberg den Ton als einen Punkt in einer Art geometrischen Reihe. Deswegen spricht er von »Verwandten« bei der Verteilung von Tönen im Sinne von »Nachbarschaft«: »Und es erklärt sich so, wie die Reihe, die schließlich gefunden werden konnte, zusammengesetzt ist aus den wichtigsten Bestandteilen eines Grundtons und seiner nächsten Verwandten. Dieser nächsten Verwandten, die ihn erst zu einem fixen Punkt machen, indem sie ihn durch ihre in entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräfte im Gleichgewicht erhalten.«[2]

Schönberg spricht von »Kräften im Gleichgewicht«. Er verwendet also ein thermodynamisches Vokabular, das in Wien zu dieser Zeit nicht ungewöhnlich war. Denn die populären Schriften von Ludwig Boltzmann, dem Begründer der Thermodynamik und Verfechter der seinerzeit noch umstrittenen Atomistik, waren in Wien sehr bekannt. Boltzmann

1 Arnold Schönberg, *Harmonielehre*, Universal-Edition, Wien, 1911; zitiert nach: 3. Aufl., Universal-Edition, Wien, 1922, S. 15.

2 Ibid., S. 21.

Milan Grygar, *Partitur / Projekt der Klangschichten*, 1969, farbiger Kugelschreiber, Fixstift, Papier

Josef Matthias Hauer, Tropendiagramme in morphologischer Anordnung, hier a) Polysymmetrische Tropen; die Nummerierung der Tropen entspricht der Hauer'schen Tropentafel vom 11. August 1948, aus: *Vom Wesen des Musikalischen* (1920), 1966

gilt neben James Clerk Maxwell und Josiah Willard Gibbs als Begründer der statistischen Mechanik. Maxwells Ergebnisse, die Ermittlung der Verteilung der Geschwindigkeiten von Atomen eines Gases als thermisches Gleichgewicht, wurden von Boltzmann verallgemeinert. Wir sehen, woher Schönberg die Formulierung »Kräfte im Gleichgewicht« bezog. Schönbergs These vom Grundton im Gleichgewicht beruht offensichtlich auf der impliziten Vision, dass das Aufeinanderstoßen von Tönen die Melodien erzeugt bzw. verändert und die Musik aus der dynamischen Energie verwandter und benachbarter Töne entsteht. Boltzmann untersuchte Gase im Nichtgleichgewichtszustand, d. h. wie sich durch Aneinanderstoßen der Moleküle die Verteilung der »lebendigen Kräfte«, der kinetischen Energie, verändert. Boltzmann verdanken wir die berühmte Definition der Entropie: $S = k \log W$. Dabei ist S die Entropie, k die Boltzmann-Konstante, W die »thermodynamische Wahrscheinlichkeit« und »log« der natürliche Logarithmus.

Wie viele Schriftsteller und Künstler der Wiener Secession und der Gruppe Jung-Wien um Hermann Bahr, war Schönberg offenbar mit den populären Schriften der damals bedeutendsten Physiker und Philosophen wie Ernst Mach und Ludwig Boltzmann relativ vertraut.

Schönberg untersucht also die Beziehungen der Töne ähnlich wie Physiker die Beziehungen zwischen Elementarteilchen und Chemiker die Beziehungen zwischen Atomen und Molekülen. Er fragt sich, wie ein Ton zu einem fixen Punkt wird und welche Kräfte ihn in einem harmonischen Gleichgewicht erhalten. Er fragt, wie es logisch möglich ist, dass auf einen ersten Ton ein zweiter folgt. Nach welchen Regeln geschieht dies? Wie kann man überhaupt zwei Töne miteinander verbinden? Das ist eine Frage, die aus der Atomistik und der Molekültheorie, z. B. eines Josef Loschmidts, abgeleitet ist. Loschmidt, der Professor von Boltzmann war, bestimmte 1865 erstmals die Größe der »Luftmoleküle«. In seinem Werk *Chemische Studien. Constitutions-Formeln der organischen Chemie in graphischer Darstellung* von 1861 stellte er 368 Moleküle durch die räumliche Orientierung der Atome grafisch dar. Seine Constitutions-Formeln zeigen durch die Anzahl der Striche die Doppel- und Dreifachbindungen der Atome.

Thierry Delatour, 2013, molekularer Sound wird mithilfe einer grundlegenden akustischen Umwandlungsmethode generiert

Das Modell der Constitutions-Formeln hatte offensichtlich Schönberg vor Augen, als er sich fragte, wie Bindungen und Beziehungen von Tönen hergestellt und logisch sowie rational legitimiert werden können. Die grafische Darstellung der chemischen Verbindungen weist eine bemerkenswerte Ähnlichkeit zu der grafischen Notation der Avantgardemusik der 1950er- und 1960er-Jahre auf. Vergleichen wir beispielsweise die Partitur von Milan Grygars *Partitur / Projekt der Klangschichten* (1969) mit Loschmidts grafischen Darstellungen von Molekülen.

Ohne seine Ahnen zu kennen, nämlich Loschmidt und Schönberg, hat ein französischer Professor für physikalische Chemie, Thierry Delatour, die Idee der Constitutions-Formeln weiterentwickelt, d. h. er schlug vor, die Verbindung von Tönen analog zu chemischen Formeln zu behandeln. Im *Computer Music Journal* veröffentlichte er im Jahr 2000 seinen diesbezüglichen Artikel »Molecular Music. The Acoustic Conversion of Molecular Vibrational Spectra«.[3] In dem von Ljiljana Fruk und mir herausgegebenen Band *Molecular Aesthetics* publizierte er 2013 den erweiterten Text »Molecular Songs«.[4] Delatour hat sich die Frage gestellt, wie mikroskopische, atomische Schwingungen in Molekülen in hörbare Tonschwingungen verwandelt werden können. Genauer gesagt: Wie können wissenschaftliche Daten, sogenannte »vibrational spectra«, in Töne und Musik transformiert werden? Die Übersetzung molekularer Schwingungen in Töne sollte sowohl künstlerisch als musikalische Komposition wie auch wissenschaftlich als zusätzliche Informationsgewinnung relevant sein. Die Eigenschaften von molekularen Schwingungen können dafür mithilfe der Spektroskopie genau festgelegt werden: Ein molekulares Spektrum besteht aus einem zweidimensionalen Diagramm mit Tiefen oder Höhen unter oder über einer Grundlinie. Das Spektrum ist das Resultat einer Interaktion zwischen elektromagnetischen Wellen (infrarot, sichtbar, ultraviolett) mit Materie (Moleküle, Kristalle etc.). Die X-Achse, in Frequenz oder Wellenlänge ausgedrückt, steht in Relation zur Energie dieser Interaktion. Die Y-Achse steht in Beziehung zur Intensität dieser Interaktion. Mit den spezifischen Bandenpositionen und Intensitäten repräsentiert jedes Spektrum eine bestimmte chemische Substanz, gewissermaßen den Fingerabdruck dieser Substanz. Moleküle bestehen aus Atomen, die durch chemische Bindungen zusammengehalten werden. Diese Bindungen sind das Ergebnis von zufälligen Elektronenbewegungen zwischen den Atomen, die als

3 Thierry Delatour, »Molecular Music: The Acoustic Conversion of Molecular Vibrational Spectra«, in: *Computer Music Journal*, Bd. 24, Nr. 3, Herbst 2000, S. 48–68.

4 Ibid.

Thierry Delatour, 2013, molekulare Schallwellenformen homothetisch zu Infrarot-Interferogrammen von (a) flüssigem Wasser, (b) Ethanol, (c) Benzol und (d) N-Methylacetamid

eine Art dynamischer Zement fungieren. Auf mikroskopischer Ebene können molekulare Energien quantifiziert werden. Es existieren also diskrete Energieniveaus, von denen Frequenzen bzw. Wellenzahlen (die Inversion der Wellenlängen) abgeleitet werden können. Jedes Molekül hat singuläre Schwingungsfrequenzwerte, also einen einmaligen Fingerabdruck. Molekulare Schwingungsbewegungen haben numerische Werte zwischen 12 bis 120 THz – eine unhörbare Frequenz. Daher bedarf es einer Methode der akustischen Konversion des molekularen Schwingungsspektrums. Wie werden also Schwingungsspektren in akustische Signale verwandelt? Indem ein solches Spektrum aufgezeichnet wird und seine zentralen Frequenzen auf einem Computerbildschirm sichtbar gemacht werden. Dann werden durch einen hohen Faktor diese Frequenzen in den akustischen Bereich 4.000 bis 400 Hz transponiert. Anschließend werden Sinusgeneratoren auf diese Frequenzen abgestimmt und spielen diese Frequenzen gleichzeitig ab. So entsteht der molekulare Klang.

Die intrinsischen physikalischen und chemischen Eigenschaften von Molekülen werden benutzt, um molekulare Musik zu erzeugen. Der Vorteil von Molekülen als musikalische Elemente liegt darin, dass ein Molekül ein multidimensionaler musikalischer Oszillator ist, mit so vielen Dimensionen ausgestattet wie die Zahl der Atome im Molekül beträgt. So entstehen neuartige Resonanzen.

Die Verwendung von Hochtechnologien und Computern hat also die musikalische Komposition vom makroskopischen in den mikroskopischen Bereich vertieft. Die Sehnsucht von Ferruccio Busoni und Edgard Varèse nach neuen Instrumenten zur Erzeugung neuer Töne ist von der Wissenschaft erfüllt worden. Diese neuen Instrumente sind unterhalb der sichtbaren Zone des Menschen situiert, dort, wo normalerweise auch die unhörbaren Töne entstehen. Diese neuen Instrumente bedürfen neuer mathematischer Kompositionsmethoden. Das Ergebnis ist eine neue Musik, die nicht temporal als Nacheinander, sondern topologisch als Nebeneinander, als Nachbarschaft definiert ist. Physik, Chemie und Mathematik werden zu Medien der Musik.[5]

Schönberg stellt sich am Ende seines Lebens als Summe seiner musikalischen Erfahrung in *Style and Idea* (1950) die scheinbar einfache Frage: wie komme ich von einem Ton zum nächsten? »Wenn wir nun untersuchen wollen, was das eigentlich ist: Beziehung von

5 In der Biochemie werden beispielsweise die (inter-)molekularen Schwingungen der Zellen mittels Schwingungsspektroskopie gemessen. So wird die »Musik der Zellen« im »Orchester des Organismus« in einem Spektrum topologisch sichtbar gemacht. Zellen und Organismen könnten so auch zur Grundlage für eine neue Musik werden.

Tönen zueinander, so stelle ich als erstes die Frage: Worauf beruht die Möglichkeit, auf einen beginnenden ersten Ton einen zweiten folgen zu lassen. Wie ist das logischerweise möglich? Diese Frage ist wichtiger, als es auf den ersten Augenschein aussieht; trotzdem ist sie aber meines Wissens noch nicht gestellt worden. Noch nicht, obwohl man sich schon mit allen möglichen und weitgehenden Problemen befaßt hat, hat man gefragt: Wieso kann man überhaupt zwei Töne miteinander verbinden? Meine Antwort lautet: Eine solche Aneinanderreihung von Tönen, wenn dadurch eine Verbindung hergestellt werden soll, wenn weiters daraus ein Musikstück entstehen soll, ist nur darum möglich, weil zwischen den Tönen selbst eine Beziehung besteht. Man kann logisch nur verbinden, was Beziehung zueinander hat: unmittelbare oder mittelbare. In einem Musikstück aber kann ich mangels einer musikalischen Beziehung nicht einen Ton mit einem Radiergummi verbinden. Zur Erläuterung der Beziehungen zwischen Tönen ist vor allem zu erinnern, daß jeder Ton ein zusammengesetzter Klang ist, bestehend aus einem am stärksten klingenden Grundton und einer Reihe von Obertönen. Man kann sagen, und kann diesen Satz ziemlich weitgehend erproben und beweisen, daß alle musikalischen Geschehnisse sich auf die Obertonreihe zurückführen lassen, so daß alles sich darstellt als Ausnützung einfacherer und komplizierterer Verhältnisse dieser Reihe.«[6] »Es ist somit die Frage, worauf die Verbindungsmöglichkeit der Töne beruht, beantwortet: Sie beruht darauf, daß uns in dem klingenden Ton und seinem nächsten Verwandten, die Verbundenheit der Töne und ihr Beieinanderruhen immer wieder vorgeführt wird, so daß wir nichts anderes tun als die Natur nachahmen, wenn wir diese Beziehung benützen.«[7] Schönberg bezeichnet also die Verbindungsmöglichkeit der Töne als eine Art Verwandtschaft und bezieht sich dabei auf die Natur und Naturwissenschaft als Vorlage. Bereits der Renaissance-Musiktheoretiker Gioseffo Zarlino verstand Musik als Imitation der Natur.[8] Um die Töne zusammenzuklammern, so wie chemische Bindungen die Atome zusammenhalten, erfand Schönberg die Idee der Intervallstruktur der Reihe: Die Reihe und ihre Regeln sollten wie eine Art dynamischer Zement, wie die Elektronenbewegungen zwischen den Atomen, fungieren und die Töne legitim verbinden. »Perhaps the most important influence of Schoenberg's method is not the 12-note idea in itself, but along with it the individual concepts of permutation, inversional symmetry and complementation, invariance under transformation, aggregate construction, closed systems, properties of adjacency as compositional determinants, transformations of musical surfaces, and so on.«[9]

Wir sehen aber auch, dass die Methoden der Dodekafonie, wie sie hier beschrieben werden, z. B. Symmetrie, räumliche Parameter sind. Anton Weberns *Concerto für neun Instrumente, Op. 24* von 1934 besteht aus der simplen Grundform B – $B_\flat$ – D und ihren Variationen: Spiegelung, Inversion, inverse Spiegelung. Die Zwölftonmusik von Schönberg sowie die von Josef Matthias Hauer sind daher auch bereits topologische und nicht nur temporale Kompositionstechniken.

Zeitliche und räumliche Abstände zwischen den Tönen

Komponisten stellen sich also die Frage: Wie überbrücke ich die Kluft zwischen einem Ton und dem nächsten? Es gibt offensichtlich Abstände zwischen den Tönen.

6 Arnold Schönberg, »Probleme der Harmonie« (1927), in: ders., *Stil und Gedanke. Aufsätze zur Musik. Gesammelte Schriften 1*, hrsg. v. Ivan Vojtěch, Fischer, Frankfurt am Main, 1976, S. 219–234, hier S. 220f.

7 Ibid., S. 222.

8 Vgl. Gioseffo Zarlino, *Le institutioni harmoniche*, Venedig, 1558.

9 George Perle und Paul Lansky, *Serial Composition and Atonality*, University of California Press, Los Angeles, 1981, S. 269.

Auf der Partitur sind diese Abstände räumlicher Natur, für Interpreten und Hörer sind diese Abstände zeitlicher Natur. In der Partitur ist also eine implizite Gleichung zwischen räumlichen und zeitlichen Abständen verborgen. Aber es sind klarerweise nicht diese Abstände, welche der Musik ihre zeitliche Dimension geben, sondern es sind der Takt und die Noten. Der Takt, eine Gruppierung von bestimmten Notenwerten mit gleicher Zählzeit, ist die grundlegende zeitliche Struktur der Musik. Die Musik wird durch die einzelnen Takte gegliedert. Durch die Zählzeiten des Taktes entsteht der Rhythmus. So enthält der 4/4-Takt vier Grundschläge oder Zählzeiten im Wert je einer Viertelnote. Durch den Takt erhält die Musik also eine metrische Struktur. Diese metrische Struktur der Musik als Zeitform kann auch auf die Zeitform des bewegten Bildes übertragen werden. Peter Kubelka hat den einzelnen Filmkader als Note betrachtet und diese Filmkader nach musikalischen Prinzipien aneinander gereiht (*Arnulf Rainer*, 1958-60; *Adebar*, 1957). Kubelka hat daher seine Filme »metrische Filme« genannt. Auch ein Film kann getaktet werden. Kubelka, der auch Musiker ist, folgt bei der Konstruktion der Kadersequenz bzw. Kaderreihe dem Schema der Zwölftonreihe. In der Dodekafonie gibt es zwei grundlegende Umformungen einer Zwölftonreihe. Daraus entstehen die vier Modi der Zwölftonreihe: 1. die Grund- bzw. Ursprungsreihe, 2. die Krebsbildung, die durch eine vertikale Spiegelung entsteht, wenn also die Ursprungsreihe von ihrem letzten Ton aus rückwärts gespielt wird, 3. die Umkehrung (Inversion), die entsteht, wenn die Intervalle der Ursprungsreihe durch ihre Komplementärintervalle ersetzt werden. Jedes Intervall, das in der Ursprungsreihe aufwärts gerichtet war, wird abwärts gerichtet und vice versa. Es handelt sich also um eine horizontale Spiegelung. 4. die Krebsbildung der Umkehrung.

Lange Zeit galt, was Gotthold Ephraim Lessing in seinem berühmten Essay über Laokoon behauptet hat: Poesie und Musik sind die Zeitformen der Kunst, die Künste des Nacheinanders. Malerei und Skulptur sind die Raumformen der Kunst, die Künste des Nebeneinanders. »Wenn es wahr ist, daß die Malerei zu ihren Nachahmungen ganz andere Mittel, oder Zeichen gebrauchet, als die Poesie; jene nämlich Figuren und Farben in dem Raume, diese aber artikulierte Töne in der Zeit; wenn unstreitig die Zeichen ein bequemes Verhältnis zu dem Bezeichneten haben müssen: so können nebeneinander geordnete Zeichen auch nur Gegenstände, die nebeneinander, oder deren Teile nebeneinander existieren, aufeinanderfolgende Zeichen aber auch nur Gegenstände ausdrücken, die aufeinander, oder deren Teile aufeinander folgen.«[10] Es zeigt sich allerdings schon beim Film, der Kunst des bewegten Bildes, dass es sich bei ihm, obwohl er eine Bildform ist, nicht mehr um eine Kunst des Nebeneinanders, sondern des Nacheinanders handelt, denn Kader folgt auf Kader, wie Note auf Note folgt. Mit dem Film beginnt die Zeitform des Bildes.

Durch diese Auflösung der klassischen Kategorien ist auch die Frage erlaubt: Was ist das eigentliche Ereignis, das auf einer Partitur repräsentiert wird? Wenn wir eine Partitur anschauen, dann sehen wir die Notenlinien und die Abstände zwischen den Noten. Aber was ist das genau zwischen den Noten? Ist das Raum oder Zeit? Die meisten Komponisten und Theoretiker sagen noch immer »Musik ist eine Zeitform«. Die Ausdrücke Rhythmus, Beat, Takt, Serie und Wiederholung betonen den zeitlichen Aspekt der Musik.

Das Geheimnis der Musik liegt vielleicht im Begriff des Intervalls. Normalerweise wird Intervall hier definiert als der Abstand zwischen zwei Tönen. Aber bereits die nächste Definition verunklart die Sachlage, eine explizitere Definition des Intervalls lautet nämlich: Das Intervall ist der zeitliche Zwischenraum, der zwischen zwei Vorgängen liegt. Es taucht hier nämlich der Begriff »Raum« auf und genau das ist die Krux. Vom Klang her sind die

10 Gotthold Ephraim Lessing, »*Laokoon* oder über die Grenzen der Malerei und Poesie« (1766), hier zit. nach: Günter Helmes und Werner Köster (Hg.), *Texte zur Medientheorie*, Reclam, Stuttgart, 2002, S. 53.

Intervalle zeitlich definiert, aber in der Notierung erscheinen sie räumlich. Das Nebeneinander der Noten auf dem Papier wird vom Interpreten als Nacheinander interpretiert. Wir müssen also davon ausgehen, dass die Musik sich auf dem Abstand zwischen zwei Tönen, also den Intervallen aufbaut, dass aber der Abstand zwischen zwei Tönen sowohl räumlich als auch zeitlich interpretiert werden kann.

Der Raum zwischen den Tönen kann auch als Zwischenraum aufgefasst werden, in dem Fall stellt sich die Frage, was ich mit dem Zwischenraum mache. In der Zeitschrift *Ver Sacrum*, dem Publikationsorgan der Wiener Secession, hat 1901 der Maler Adolf Hölzel den Aufsatz »Über Formen und Massenvertheilung im Bilde«[11] publiziert, in dem er demonstrativ feststellte, er interessiere sich nicht für die Formen von Gegenständen und Menschen, sondern nur für den Raum zwischen diesen Formen. Er gehörte damit zu den Begründern der abstrakten Malerei. Anton Webern hat diese Idee auf die Musik übertragen. Er war der erste, für den der Raum zwischen zwei Noten genauso wichtig war, wie die beiden Töne, die den Raum begrenzen. Zeitlich gesprochen ist die Pause genauso viel wert wie der Ton, weil es ohne Leerstelle keinen Takt gäbe. Die Abstände zwischen den beiden Noten sind genauso wichtig wie die Töne selbst. Man hat dies die Emanzipation der Pause genannt.

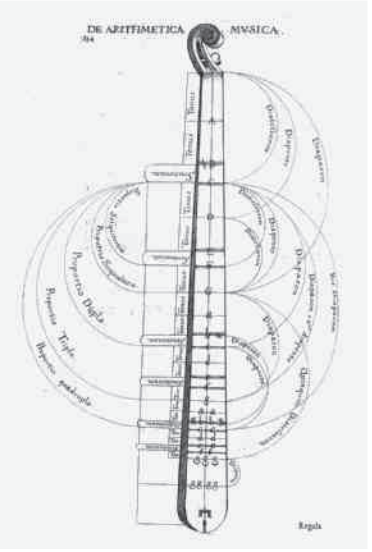
John Cages Komposition *4'33"* (1952), bei der ein Komponist genau vier Minuten und 33 Sekunden regungslos vor seinem Piano sitzt, ist nichts anderes als die Anwendung von Weberns Theorie, die Zelebration der Pause. Das schriftliche Hauptwerk von Cage hat den Titel *Silence* (1961). Ein Buch über Musik heißt also »Schweigen«, nach der Stille im Raum bzw. in der Zeit zwischen zwei Tönen. Dieses Buch verabsolutiert die Idee der Pause von Webern und die Idee des Zwischenraumes von Hölzel.

Intervalltheorie und Monochord

Die klassische Musiktheorie, z. B. von Hegel, definiert den Abstand zwischen zwei Tönen wie es bereits Pythagoras beschrieben hat und bezieht sich auf das Monochord: »Bei einem Monokord, wo man die Saite einteilen kann, steht die Menge der Schwingungen in derselben Zeit zu den Teilen dieser bestimmten Länge in umgekehrtem Verhältnis; das Drittel der Saite macht dreimal mehr Schwingungen als die ganze Saite. Kleine Schwingungen bei *hohen* Tönen lassen sich wegen ihrer großen Schnelligkeit nicht mehr zählen; die Zahlen lassen sich aber nach Analogie ganz genau bestimmen durch die Einteilung der Saite. [...] Das Interessanteste ist das Zusammenfallen dessen, woran das Ohr eine Harmonie findet nach den Zahlenverhältnissen. Es ist *Pythagoras*, der diese Zusammenstimmung zuerst erfunden hat und dadurch veranlaßt wurde, auch Gedankenverhältnisse in der Weise von Zahlen auszudrücken.«[12] »Die *harmonische Grenze* dieses Aufsteigens ist durch das Verhältnis 1 : 2 gegeben, den Grundton und seine Oktave; zwischen diesen muß man nun also auch die absolut bestimmten Töne nehmen. Die Teile der Saite, wodurch man solche Töne hervorbringen will, müssen größer als die Hälfte der Saite sein; denn wären sie kleiner, so würden die Töne höher als die Oktave sein. Um nun jene Gleichförmigkeit hervorzubringen, muß man in den harmonischen Dreiklang Töne einschieben, die ungefähr das Verhältnis zueinander haben wie die Quarte zur Quinte; so entstehen die *ganzen* Töne, die ein ganzes Intervall bilden, wie eben das Fortschreiten der Quarte zur Quinte ist. Der Zwischenraum von Grundton und Terz füllt sich aus durch die *Sekunde*, wenn $\frac{8}{9}$ der Saite schwingen; dieses Intervall vom Grundton zur Sekunde (von *c* zu *d*) ist dasselbe als

11 Adolf Hölzel, »Über Formen und Massenvertheilung im Bilde«, in: *Ver Sacrum*, Nr. 15, 1901, S. 243–254.

12 Georg Wilhelm Friedrich Hegel, *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse: 1830. Zweiter Teil. Die Naturphilosophie* (1830), Suhrkamp, Frankfurt am Main, 1986, S. 177f.



Das Monchord mit den Saitenteilungen, wie es Robert Fludd in *De naturae simia seu technica macrocosmi historia* (1618) zeigt.

das von der Quarte zur Quinte (von *f* zu *g*) und das der Sexte zur *Septime* (*a* : *h*).«[13] Hegels Philosophie der Musik ist also eine Intervalltheorie der Musik. In seinem Buch *Genesis of a Music* (1949) schreibt Harry Partch »Long experience [...] convinces me that it is preferable to ignore partials as a source of musical materials. The ear is not impressed by partials as such. The faculty – the prime faculty – of the ear is the perception of small-number intervals, 2/1, 3/2, 4/3, etc., etc., and the ear cares not a whit whether these intervals are in or out of the overtone series.«[14]

Hegel spricht allerdings nicht nur von Schwingungen und Zahlenverhältnissen, sondern auch von Längen, d. h. von räumlichen Parametern. Er lässt also räumliche Aspekte der Intervalltheorie mitschwingen. Klarerweise können sowohl zeitliche wie räumliche Aspekte in Zahlen erfasst werden. Die Hauptthese bzw. das Hauptinteresse meines Essays besteht darin, die Intervalltheorie Hegels weniger temporal als vielmehr spatial zu interpretieren. Der Abstand zwischen zwei Tönen ist nicht nur ein zeitlicher Abstand, nämlich für das Ohr, sondern ist auch ein räumlicher Abstand, nämlich auf der Partitur. Demnach ist Musik Teil der Mathematik, nämlich der mathematischen Disziplin der Topologie. Topos bedeutet Ort. Wenn Musik Topologie ist, dann ist sie eine Lehre vom Raum, nicht von der Zeit. Die Topologie, die mathematische Lehre des Raumes, spricht von Nachbarschaften, und zwar von räumlichen Nachbarschaften. Bezogen auf die Musik kann man fis, cis, gis usw. sagen, aber man kann auch A, B, und C sagen. B ist Nachbar von A und C, C ist Nachbar von B und was ist der Nachbar nach C? Die Frage, wie komme ich von einem Ton zum nächsten, verwandelt sich in die Frage: Wie komme ich von einem Nachbarn zum nächsten? Komposition heißt nichts anderes, als Regeln aufzustellen, um von einem Ton zum nächsten zu kommen. Die berühmteste Kompositionslehre ist die Harmonielehre. Nachdem die Resultate dieser Regeln nicht mehr zufriedenstellend waren, weil sie andere Tonerlebnisse ausschlossen, z. B. Dissonanzen, sind in der Folge andere Kompositionslehren erfunden worden, wie die serielle Musik, die Reihenmusik, die Zwölftonmusik, die

13 Ibid., S. 180.

14 Harry Partch, *Genesis of a Music*, University of Wisconsin Press, Madison, 1949, S. 87.

Minimal Music etc. Auch die Anrufung des Zufalls in der aleatorischen Musik, genauso wie die Anrufung der Wahrscheinlichkeit in der stochastischen Musik, sind Regeln, die definieren, wie der Komponist die Kluft, den Abgrund, zwischen den Tönen überbrücken kann. Wenn wir auf das Ursprungsinstrument der Musik zurückgehen, das Monochord, erkennen wir die Problematik der Notation, die Ambivalenz von räumlicher Nachbarschaft und zeitlicher Folge.

Das Monochord ist ein Resonanzkasten aus Holz, ein Holzkörper, über den eine Saite gespannt ist – abstrakt gesprochen: eine Linie. Auf dem Kasten ist eine Maßeinteilung angebracht: ein Strich, der diese Linie in zwei Hälften teilt. Dieser Strich aus Holz wird Steg genannt. Dieser Steg ist verschiebbar. Durch seine Verschiebung kann man die Saite weiter teilen. Anhand der Maßeinteilung lässt sich die Teilung genau bestimmen, vor allem die schwingende Länge der Saite. Damit wird eine Messung der Intervalle möglich.

Trotz des Namens Monochord, der »einsaitig« bedeutet, gibt es auch mehrsaitige Monochorde, mit denen man die Intervalle simultan zum Klingen bringen kann. Aber bereits beim Monochord existiert die Ambivalenz von räumlichen und zeitlichen Parametern. Die Teilung einer Linie in zwei Hälften und vier Viertel etc. ist ein räumlicher Prozess. Teilung ist ein räumliches Verfahren. Durch den verschiebbaren Steg entstehen räumliche Segmente. Beim Monochord wird eine Zahlenproportion angewendet. Die dabei jeweils entstehenden Schwingungen bzw. Frequenzen erzeugen dann die Töne. Töne sind also die Repräsentation von Frequenzen, also eine Darstellung dessen, wie schnell bei einem periodischen Vorgang die Wiederholungen aufeinander folgen. Die Frequenzen sind das Ergebnis von räumlichen Teilungen. Diese wiederum sind die Repräsentation von numerischen bzw. metrischen Proportionen. Dieser Teilungsvorgang kann als Intervall interpretiert werden, aber genauso gut kann man sagen: Es wird eine Raumstrecke halbiert, gedrittelt und geachtelt.

Wenn man diese Idee auf ein Klavier überträgt, erkennt man, dass die Tasten eine räumliche Anordnung haben, nämlich Nachbarn sind. Die einen sind nahe Nachbarn, die anderen sind entferntere Nachbarn. Beim Klavier ist also die Reihenfolge von Tasten bzw. von Tönen als räumliche Nachbarschaft definiert. Man kann also die Kompositionsregeln wie folgt aufstellen: Die Partitur ist die Anweisung, in welcher Reihenfolge diese oder jene benachbarte Taste berührt wird. Es handelt sich also um Handlungsanweisungen, die der Pianist vollzieht. Das Klavier bietet also räumliche und zeitliche Parameter. Der Komponist kann bestimmen, in welcher Reihenfolge gespielt wird. Der Begriff Reihenfolge sagt bereits voraus, dass eine Theorie der Reihe eine traditionelle, harmonische Komposition ersetzen kann. Der Komponist bestimmt die zeitliche Reihenfolge, in der aus räumlichen Nachbarn zeitliche Nachbarn werden. Ein Akkord, der durch einen mehrfingerigen Anschlag auf mehrere Tasten gleichzeitig entsteht und ein Nebeneinander zu einem einzigen Zeitpunkt statt in ein Nacheinander verwandelt, verschmilzt also mehrere Raumpunkte zu einem einzigen Zeitpunkt. Instrumentalmusik, wie das Klavierspiel, ist also immer eine Bijektion von Raum- und Zeitform.

Nur gehörte Musik oder nur gesungene Musik ist Musik als Zeitform, eine reine zeitliche Reihenfolge. Allein Musik vor der Erfindung der Partitur war eine Zeitform. Mit der Notation auf einer zweidimensionalen Fläche, dem Notenpapier, wird Musik Teil der Raumkunst. Seit der Erfindung von Instrumenten und der Partitur ist Musik die wechselseitige Transformation von räumlichen in zeitliche und von zeitlichen in räumliche Parameter. Man kann sogar sagen, dass die räumlichen Parameter dominieren, sowohl bei der Komposition auf Papier wie beim Benutzen der Instrumente. Nehmen wir eine Klarinette als Beispiel: Die Klappen sind eine räumliche Anordnung, wie Punkte auf einer Strecke. Die Partitur gibt die Anweisung, in welcher zeitlichen Reihenfolge die räumlich benachbarten

Ulrich Rückriem, *Teilungen – Partitions*, 1970/1971, Video produziert in Zusammenarbeit mit Gerry Schum und Ursula Wevers für die videogalerie schum

Klappen betastet werden. Durch das Hören vergessen die Menschen, dass im zeitlichen Nacheinander noch immer das räumliche Nebeneinander durchschimmert.

Der Bildhauer und Konzeptkünstler Ulrich Rückriem schuf mit *Teilungen – Partitions* (1971) ein Stück für die Videogalerie von Gerry Schum. Der englische Titel evoziert schon den Begriff der »Partitur«. Wir sehen die Teilung einer »Linie«, eigentlich ist es ein Stab aus Holz, als skulpturalen Vorgang. Rückriem nimmt diesen Holzstab und bricht ihn annähernd in zwei Hälften und diese wiederum in zwei Hälften. So entstehen halbe, viertel und achtel Strecken. Er verwendet also Zahlenproportionen, die er auf eine räumliche Strecke anwendet. Dann versucht er, aus den Achteln Sechzehntel zu machen, aber das gelingt ihm nicht. Rückriem glaubte, er habe als Bildhauer gehandelt und räumliche Proportionen im Sinne Vitruvs hergestellt. Er hat ja nichts anderes getan als eine Raumstrecke zu zerteilen. Doch diese *Partitions* waren nicht nur Proportionen, sondern waren auch Quinten, Quarten, Terzen. Er hat also nicht nur als Bildhauer gehandelt, sondern auch als Musiker. Er hat in der Tat eine musikalische Performance vorgegeben. Ich selbst habe im Jahre 2010, als ich in Wien das Österreichische Ehrenkreuz für Wissenschaft und Kunst 1. Klasse bekommen habe, anstatt der üblichen musikalischen Begleitung mein eigenes Stück gespielt, das aus einer Fortführung der Arbeit von Rückriem bestand. Ich habe auf eine Tafel ein Monochord gezeichnet, dann die Saite des Monochords halbiert, geviertelt, geachtelt und daneben die ganzzahligen Verhältnisse geschrieben, also die Hauptintervalle. Entsprechend habe ich einen bereitgestellten Holzstab zerbrochen und das dabei erklingende Geräusch zur Musik erklärt.

Musik und Mathematik

Die Musiktheorie geht auf die Zahlentheorie der Pythagoreer zurück. Pythagoras wird der Satz zugeschrieben: »Alles ist Zahl.« Von ihm stammen wichtige Grundlagen der Zahlentheorie und der Mathematik. Diese wiederum dienten als Grundlage für seine Musiktheorie. Die Zahlentheorie der Pythagoreer basierte auf der Annahme, dass alle Phänomene des Kosmos als Erscheinungsformen ganzzahliger Zahlverhältnisse erklärbar seien, und diese Annahme bildete auch die Grundlage der pythagoreischen Musiktheorie.

Nach der antiken Legende entdeckte Pythagoras in einer Schmiede den Wohlklang von zusammenklingenden Hämmern, deren Gewichte in bestimmten ganzzahligen Verhältnissen standen. Diese Beobachtung habe den Ausgangspunkt für Experimente und mathematische Berechnungen gebildet, welche zur Grundlage für die theoretische Beschreibung von musikalischen Intervallen wurden. Mit den auf diesem Weg gewonnenen Erkenntnissen hatte Pythagoras die Musiktheorie begründet, die von zwölf Hauptintervallen ausgeht: Die ganzen Zahlen 6, 8, 9 und 12 entsprechen, bezogen auf den tiefsten Ton (Zahl 12), den reinen Intervallen Quarte (Zahl 9), Quinte (Zahl 8) und Oktave (Zahl 6). In Notenschrift können diese vier pythagoreischen Töne zum Beispiel mit der Tonfolge c' – f' – g' – c" ausgedrückt werden.

Pythagoras soll dabei auch mit dem Monochord experimentiert haben: Die Teilung einer Saite, ähnlich wie die Teilung einer Strecke (siehe Rückriem) erfolgt im Rahmen ganzzahliger Verhältnisse. Diese numerisch geteilten Saiten erzeugen die verschiedenen Töne bzw. die Tonleiter. Schwingt eine Saite, erhalten wir den Grundton, die Tonika; vibriert die Hälfte der Saite im Verhältnis 1 : 2, erhalten wir die Oktave. Das Verhältnis der Seitenlängen, 2 : 3 oder 3 : 4, derer, die schwingen, zu denen, die nicht schwingen, ist wie das genannte Verhältnis von Wellenlänge und Frequenzen. Wann immer aber die gleiche Proportion zwischen schwingendem und ruhendem Saitenabschnitt herrscht, erklingt das gleiche Intervall. Die Zahlentheorie und die Theorie der Intervalle wurde also abgeleitet von Raumverhältnissen, nicht von Zeitverhältnissen, das ist immer wieder vergessen worden.

Ist die Musik ein Produkt der Mathematik oder ist die Mathematik ein Produkt der Musik? Ich schließe mich den Theorien von Friedrich Kittler an, der in zwei voluminösen Bänden gezeigt hat, wie das Verhältnis von Mathematik und Musik ist.[15] Der pythagoreische Traum war, dass man die Welt durch ganzzahlige Verhältnisse beschreiben kann. Das Ergebnis dieser numerischen Sensibilität[16] ist heute der Computer. Mit dem Computer beginnt für die Musik ein neues Zeitalter. Die vollkommene Mathematisierung der Musik wird im digitalen Zeitalter das Modell für eine vollkommene Mathematisierung der Welt.

Die computerbasierte Musik als eine von einem Universalinstrument, dem Computer, erzeugte Musik ist eine rein numerische Musik, also die Vollendung des pythagoreischen Traums. Dieser Traum erfüllte den Kosmos mit der Idee einer Sphärenharmonie oder Sphärenmusik, nach der bei den Bewegungen der Himmelskörper und der sie tragenden durchsichtigen Kugeln (Sphären) Töne entstehen, deren Höhe von ihren Abständen und Geschwindigkeiten abhängt. Dahinter stand die Überzeugung, dass der Kosmos eine durch mathematische Proportionen optimal geordnete Ganzheit sei und dass sich daher in der Astronomie dieselben Gesetzmäßigkeiten zeigen wie in der Musik.

Johannes Kepler legte in *Harmonice mundi* (»Weltharmonik«) 1619 sein Modell eines harmonisch geordneten Kosmos vor und versuchte, die Idee der Sphärenharmonie im Rahmen seines damaligen Kenntnisstands über die Planetenbewegungen neu zu formulieren. Die Theorie der Sphärenmusik war also eine Musiktheorie des Raumes. Musik war also als eine raumbasierte Kunst gedacht. Mit der Mathematisierung der Musik wird es paradoxerweise möglich, an ihre Ursprünge zurückzugehen und von da aus eine ganz neue Konzeption der Musik zu erarbeiten, nämlich die schon zugrundeliegende implizite Raumtheorie der Musik zu vertiefen und räumliche Nachbarschaften anstatt zeitlicher Intervalle zur dominierenden Kompositionsmethode zu machen. Robert Fludd, ein Zeitgenosse von Kepler, zeichnete ein kosmisches Monochord, um die Beziehung zwischen der Sphärenharmonie und den Proportionen der Saite zu zeigen.[17]

15 Friedrich Kittler, *Musik und Mathematik I. Hellas 1: Aphrodite*, Fink, Paderborn, 2006; ders., *Musik und Mathematik I. Hellas 2: Eros*, Fink, Paderborn, 2009.

16 Vgl. »Musik als numerische Sensibilität« in diesem Band, S. 13–43.

17 Vgl. Gareth Loy, *Musimathics. The Mathematical Foundations of Music*, Bd. 1, The MIT Press, Cambridge / MA, 2006, S. 47.

Musik und Harmonie

Ein Kollateralschaden dieses theoretischen Defizits ist die berühmte Klage seit Theodor Adorno, die moderne Musik hätte das Band zum Hörer zerschnitten – als wäre es je darum gegangen. Seit Pythagoras haben die Musiktheoretiker an Mathematik gedacht und nicht an die Kanalkapazität des menschlichen Ohrs. Allerdings bezogen sich ausgerechnet Hegel und Schönberg bei ihrer Musiktheorie auch auf das menschliche Ohr. Es geriet schon der klassischen Musik zum Nachteil, dass sie mit der Überbetonung von Rhythmus und Melodie an das Kurzzeitgedächtnis des Menschen appellierte. Eine Melodie zu erkennen, heißt ja primär, dass das Gehirn eine Tonfolge verarbeiten kann, d. h. der Hörer kann selbst den nächsten Ton voraussagen. Der Hörer braucht also keinen Komponisten mehr. Er macht die Arbeit des Komponisten selbst. Die Frage, wie komme ich von einem zum nächsten Ton, beantwortet er selbst, er kennt nämlich schon im Vorhinein den nächsten Ton.

Rhythmik, Melodie, Takt sind nichts anderes als Formen der Redundanz und einer trivialen Wahrscheinlichkeit. Melodien sind nichts anderes als einfache Wahrscheinlichkeitsrechnungen. Das Gehirn verfügt ja über einen Eigentakt. Ein lebendes Gehirn erzeugt selbstständig elektrische Signale. Die Frequenzen dieser Signale kann man beispielweise auf einem Bildschirm einer Intensivstation gut beobachten. In dem Augenblick, in dem die Amplituden der Signale zu einer horizontalen Linie verflachen, ist das Gehirn tot. Wir müssen also akzeptieren, dass das Gehirn eine Musik erzeugt, die wir nicht hören, also eine eigene, eine »Propriusmusik«. Das Wunder der Musik entsteht, wenn von außen Signale in das Gehirn dringen und die »Propriusfrequenzen« sich mit den Fremdfrequenzen mischen, addieren, subtrahieren, amplifizieren etc. Dadurch entsteht Musik, die gewissermaßen durch die Überlagerung von Eigen- und Fremdsignalen das Gehirn zum »Schwingen« bringt. Die Superimposition von Schwingungen (eigenen und fremden) erzeugt den »swing«. Dieses Phänomen wird allgemein als Rausch der Musik bezeichnet. Je unwahrscheinlicher die Überlagerung der Eigen- und Fremdsignale ist, desto höher ist die kompositorische Leistung und desto schwieriger ist es für das Gehirn, den nächsten Ton vorauszusagen. Aber ein gutes Gehirn lechzt nach Signalen, die es nicht entziffern kann, also nach Musik, die nicht voraussagbar ist. Hören von Musik bedeutet im besten Falle, dass das Gehirn keine Lösung für den Code, den die Musik liefert, findet. Daher verwundert es, wenn Theoretiker und Komponisten sich beklagen, das Band zum Hörer sei zerschnitten. Dieses Band wurde immer wieder zerschnitten. Und es sind die konservativen Komponisten der Gegenwart, die versuchen, diese Verbindung wiederherzustellen.

Die Überbetonung von Rhythmus, Melodie und Takt hat bei entsprechender Komplexität in der klassischen Musik zu Meisterwerken geführt. Aber im Grunde hat diese Überbetonung die Musik des 18. und 19. Jahrhunderts in die Programmmusik des 20. Jahrhunderts, in die Filmmusik, überführt. Nicht nur, dass klassische Musik zur beliebtesten Hintergrundmusik vieler Filme gehört, um Stimmungen zu erzeugen oder zu verstärken, die das Bild vorgibt. Nein, die Oscar-gekrönten Hollywood-Komponisten imitieren selbst die klassische Musik. Wagner ist gewissermaßen The Godfather, der Pate der Hollywood-Musik. Nicht umsonst sind zweitklassische Konzertkomponisten zu erstklassigen Filmmusikkomponisten geworden. Es wäre ein eigenes Kapitel wert, diese Transformation näher zu untersuchen.[18]

Die klassische Musik hat die Frage, wie ich von einem Ton zum nächsten komme, etwas vereinfacht. Bei der Verwendung der zwölf Hauptintervalle zwischen Grundton und

18 Vgl. Theodor W. Adorno und Hanns Eisler, *Komposition für den Film*, Europ. Verl.-Anst, Hamburg, 1996; im Original auf Englisch erschienen unter dem Titel *Composing for the Film*, Oxford University Press, New York, 1947.

Oktave blieb sie nämlich innerhalb der Konsonanzen, das sind die Intervalle und Akkorde, die als in sich ruhend und nicht »auflösungsbedürftig« empfunden werden. Alles, was darüber hinausgeht, gilt als Dissonanz. Besonders solche Intervalle sind dissonant, deren Frequenzen »komplizierte« Zahlenverhältnisse haben, etwa die große Septime (15 : 8), die kleine None (32 : 15) und die kleine Sekunde (16 : 15).

Bei seiner Untersuchung der zwölf Hauptintervalle hat Bach das Phänomen der Konsonanz und Dissonanz entdeckt. Daraus stellte er die Regel auf, nur innerhalb der Konsonanzen zu bleiben. Seine Lösung war die griechische Harmonielehre aus ganzen Zahlen, aufgebaut innerhalb einer arithmetischen Reihe. Bach hat seine Harmonielehre auf der geometrischen Reihe aufgebaut, er hat also indirekt erkannt, dass es sich beim Klavier um Tasten bzw. Noten als räumliche Nachbarschaft handelt. Das Ergebnis dieser Kompositionslehre ist das berühmte »wohltemperierte Klavier«. Bach hat intuitiv erkannt, dass zwischen Instrument und Notation ein kategorischer Unterschied herrscht. Wenn ich das Schwingungsfeld einer Saite auf Papier übertrage, kann ich dies auch durch nichtganzzahlige Verhältnisse darstellen. Bach hat also die Aufeinanderfolge von Tönen als mathematisches Problem gesehen, als topologisches Verhältnis formuliert. Damit das Verhältnis 1 : 2 zwischen Tonika und Oktave erhalten bleibt, wenn alle benachbarten Töne ein konstantes Schwingungsverhältnis haben, ist es nötig dass dieses $1 : \sqrt[12]{2}$ ist. Bach hat also gewissermaßen den pythagoreischen Traum zerstört. Das wohltemperierte Klavier ist der Triumph der Mathematik als Musik, denn es verwendet nicht nur die ganzen rationalen Zahlen, sondern auch die irrationalen Zahlen. Man kann die zwölf Töne durch die geometrischen Proportionen festlegen und davon die Wurzel ziehen. Bach schlägt also fast eine topologische Lösung vor, die Hauer und Schönberg fortsetzen.

Aus dieser Gleichberechtigung aller Töne mittels einer Glättung der arithmetischen Verhältnisse durch geometrische Modelle entwickelte sich nämlich die Zwölftonmusik Hauers und Schönbergs. Arnold Schönberg ist über die Konsonanzen hinaus in den Bereich der Dissonanzen vorgedrungen. »[D]ie Ausdrücke Konsonanz und Dissonanz, die einen Gegensatz bezeichnen, sind falsch. Es hängt nur von der wachsenden Fähigkeit des analysierenden Ohrs ab, sich auch mit den fernliegenden Obertönen vertraut zu machen und damit den Begriff des kunstfähigen Wohlklanges so zu erweitern, daß die gesamte naturgegebene Erscheinung darin Platz hat. Was heute fern liegt, kann morgen nahe liegen; es kommt nur darauf an, daß man imstande ist, sich zu nähern. Und die Entwicklung der Musik ist den Weg gegangen, daß sie immer mehr von den im Ton gelegenen Zusammenklangsmöglichkeiten in den Bereich der Kunstmittel einbezogen hat.«[19] Er hat allerdings von den zwölf Hauptintervallen die Zahl 12 behalten. Er hat sich nämlich auf die zwölf Töne konzentriert, die durch die Intervalltheorie zwischen Tonika und Oktave entstehen. Die Dodekafonie bzw. Zwölftonmusik stellt eine klare Regel auf, wie ich von einem Ton zum nächsten komme. Nach Arnold Schönberg besteht diese Methode »aus der ständigen und ausschließlichen Verwendung einer Reihe von zwölf verschiedenen Tönen. Das bedeutet natürlich, daß […] kein Ton innerhalb der Serie wiederholt wird und daß sie alle zwölf Töne der chromatischen Skala benutzt, obwohl in anderer Reihenfolge.«[20]

Schönberg hat das Problem der Kluft zwischen den Tönen auf die Frage reduziert: Wie komme ich von einem Ton zum nächsten innerhalb von zwölf Tönen? Deswegen heißt seine Methode auch Zwölftonmusik. Er hat die Regel aufgestellt, dass innerhalb einer Serie

---

19 Arnold Schönberg, *Harmonielehre*, Universal-Edition, Wien, 1911; zitiert nach: 3. Aufl., Universal-Edition, Wien, 1922, S. 17.

20 Arnold Schönberg, »Komponieren mit zwölf Tönen« (1935), in: ders., *Stil und Gedanke*, Fischer, Frankfurt am Main, 1976, S. 72–96, hier S. 75.

nicht auf den gleichen Ton zurückzukommen ist. Er hat also eigentlich eine graphentheoretische Lösung vorgeschlagen, im Sinne des Handlungsreisenden, der auch keinen Ort ein zweites Mal durchlaufen möchte, bevor die Reise beendet ist. Die Reihenkomposition ergab sich aus der Zwölftonreihe, aus der später die serielle Musik entstand.

Sein Zeitgenosse und eigentlicher Erfinder der Zwölftonmusik Josef Matthias Hauer hat im Grunde eine interessantere Variante der Zwölftonmusik erfunden. 1912 hatte er begonnen, aus seinem Prinzip der »Bausteintechnik« eine eigene Form von Zwölftonmusik zu entwickeln. Sein *Nomos op. 19* (1919) gilt als die erste Zwölftonkomposition überhaupt. Ende 1921 entdeckte Hauer die 44 Tropen (»Konstellationsgruppen«, »Wendungen«) und im Jahr 1926 das zwölftönige »Kontinuum«. Gegenüber Arnold Schönbergs Methode fand Hauer mit seinen Theorien jedoch nur wenig Beachtung. Hauers Zwölftonkompositionen sind wie seine Termini, z. B. Tropen, Konstellationsgruppen etc. schon besagen, fast topologische Begriffe. Hauer komponierte und dachte bereits in räumlichen Nachbarschaften.

Musik und Mechanik

Wie so oft in der Kunst mangelt es den Schöpfern neuartiger Konzepte an dem geeigneten Vokabular. Sie versuchen, im Rahmen alter Referenzsysteme etwas Neues zu entwickeln und greifen dabei zur Erklärung und Begründung auf historische Beispiele zurück. Sie sprechen dann etwa von »der Struktur der Kristalle oder wachsender Pflanzen«, um musikalische oder poetische Konstruktionsmodelle zu legitimieren. Heute wissen wir, dass von Hauer bis Pierre Boulez das eigentliche Ziel der Musiker die Entwicklung genetischer Algorithmen war.

Es ist erstaunlich, wie sehr Schönberg und Co in ihrem Willen zur Formalisierung mathematischen Theoremen nahe gekommen sind. Die Ergebnisse der Metamathematik, von Kurt Gödel bis Alan Turing, haben gezeigt, dass alles, was formalisierbar ist, auch berechenbar ist, und dass alles, was berechenbar ist, auch mechanisiert werden kann. Das ist die Church-Turing-These. Ähnlich hat Schönberg erkannt, dass seine Formalisierung der Komposition durch die Zwölftonreihe eigentlich eine Mechanisierung der Musik bedeutet. Deswegen hat er eine Zwölftondrehscheibe gebaut und auch einen Zwölftonreihenschieber verwendet, welche ihm sagten, welcher Ton gemäß seinen Regeln der nächste ist. Diese Mechanisierung und Formalisierung der Musik hat das Tor zur Berechenbarkeit geöffnet und damit die Grundlagen für die computergestützte Musik geliefert.

Normalerweise will der Komponist die Kontrolle über alle musikalischen Elemente behalten. Man könnte dieses Verfahren »subjektive Wahl« nennen. Allerdings kann die kompositorische Kontrolle von der Person des Komponisten 1. auf andere Komponisten übertragen werden, 2. auf den Interpreten und 3. auf objektive Prozesse. Verfahren 1 und 2 sind subjektive Wahlmöglichkeiten, die Kluft zwischen zwei Tönen zu überbrücken. Filmmusikkomponisten in Hollywood geben die große Linie vor, aber die Details arbeiten Assistenten aus und ab. Hier gibt der Komponist schon freiwillig etwas von der Kontrolle ab. Doch auch in den klassischen Kompositionen mit ausgeschriebenen Notationen sind subjektive, ungenaue Zeiten und Abweichungen durch den Interpreten möglich. Reden wir nicht von Free Jazz, wo maximale subjektive Improvisation erwünscht ist. In der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts haben Komponisten wie Pousseur, Stockhausen, Brown, Cage, Boulez freiwillig die Kontrolle über das musikalische Material delegiert: entweder an den Interpreten oder an objektive Verfahren, wie einen Würfelwurf.

Die Wahl, welche Brücke ich baue bzw. welchen Weg ich einschlage, um die Kluft zwischen einem Ton und dem nächsten zu überwinden, soll also an objektive Prozesse statt subjektive Wahlmöglichkeiten delegiert werden. Die Regeln der Zwölftonmusik oder seriellen Musik stellen solche objektiven Prozesse dar, aber auch Zufallsoperationen, denn diese sind subjektunabhängig.

1719 hat Mauritius Vogt Hufnägel in verschiedene Formen gebogen und auf den Boden geworfen. Die Art und Weise, wie die Nägel fielen und lagen, hat er als Partitur bzw. Notation für die Musik interpretiert.[21] Im Jahr 1751 hat William Hayes Tinte von einem Pinsel auf Notenpapier gespritzt und dann wurden mithilfe von Spielkarten Notenhälse, -linien etc. hinzugefügt.[22] Zufallsoperationen haben also in der Musik eine lange Tradition. Der Computer bietet allerdings neue Möglichkeiten nichtsubjektiver Verfahren.[23] Die Techniken und Optionen musikalischer Würfelspiele wurden durch den Computer verfeinert. Laut Gary M. Potter haben auch Wolfgang Amadeus Mozart, Joseph Haydn und Johann Sebastian Bach Würfelspiel-Techniken verwendet.[24] Mozart habe einen Würfel gehabt, auf dessen Oberflächen er Noten geschrieben und dann gewürfelt habe. Ein Würfel hat ja sechs Seiten, er ist ein geometrisches Objekt und dadurch ist die räumliche Nachbarschaft der Noten festgelegt. Mozart hat also spatial bzw. topologisch mit Nachbarschaften komponiert. Seine *Anleitung. So viel Walzer oder Schleifer mit zwei würfeln zu componiren* […] *ohne musikalisch zu seÿn noch etwas von der Composition zu verstehen* wurde erst 1793 durch Johann Julius Hummel verlegt. Mit zwei Würfeln wird eine Zufallszahl erzeugt. Diese dient als Zeilenindex für eine Tabelle, in der die Nummern der einzelnen Takte enthalten sind. Die Spalten sind dabei nach der Reihenfolge der Würfe auszuwählen. Die auf einem dazugehörigen Notenblatt durchnummerierten Takte werden in der durch Zufallszahlen und die Tabelle vorgegebenen Reihenfolge abgespielt. Die Tabelle, in der die räumliche Nachbarschaft der Töne festgelegt ist, ist eine topologische Beschreibung. Götz Dipper hat 2007 dieses spielerische zufällige Komponieren in die interaktive Klanginstallation *Mozart-Würfel* übertragen.[25]

Die Ästhetik der klassischen Musik war formal so rigoros, dass daraus ein mechanisches Spiel entstand, mit dem Musik auch ohne viele Kenntnisse und Übung komponiert werden konnte.[26] In der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts florierten musikalische Spiele.[27] Diedrich Nikolaus Winkel, der Erfinder des Metronoms, hat Johann Philipp Kirnbergers

---

21 Mauritius Vogt, *Conclave thesauri magnae artis musicae, in quo tractatur*, Labaun, Vetero-Pragae, 1719. Vgl. Karl Gustav Fellerer, *Klang und Struktur in der abendländischen Musik*, Arbeitsgemeinschaft für Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen, Heft 141, Springer Fachmedien, Wiesbaden, 1967, S. 53.

22 William Hayes, *The Art of Composing Music by a Method Entirely New: Suited to the Meanest Capacity: Whereby All Difficulties are Removed, and a Person Who Has Made Never so Little Progress Before, May, with Some Small Application, Be Enabled to Excel*, J. Lion, London, 1751.

23 Vgl. Herbert Brün, »From Musical Ideas to Computers and Back«, in: Harry Lincoln (Hg.), *The Computer and Music*, Cornell University Press, Ithaca / NY, 1970, S. 23–36; David Cope, *Experiments in Musical Intelligence*, A-R Editions, Middleton / WI, 1996; ders., *Virtual Mozart (Experiments in Musical Intelligence)*, CD, Centaur Records (CRC 2452), Los Angeles, 1999; ders., *Virtual Music. Computer Synthesis of Musical Style*, The MIT Press, Cambridge / MA, 2001.

24 Garry M. Potter, *The Role of Chance in Contemporary Music*, Diss., School of Music, Indiana University, Bloomington, 1971, unveröffentlicht; zit. nach Loy 2006, S. 296.

25 Der Entwickler Götz Dipper beschreibt die Funktionsweise des *Mozart-Würfels* folgendermaßen: Die Installation *Mozart-Würfel* setzt das historische Kompositionsspiel in Form eines modernen Glücksspielautomaten um, bei dem die Noten auf virtuellen »Rollen« angebracht sind. Für jeden der insgesamt sechzehn Takte existiert eine Rolle, die von den Besuchern in Bewegung gebracht und so einzeln oder zusammen versetzt abgespielt werden können. Im Gegensatz zum historischen Würfelspiel können die Besucher den Zufall hier aber auch umgehen und eigene Versionen gezielt zusammenstellen. Das ermöglicht ihnen, das Funktionsprinzip des Spiels zu erkunden und nachzuvollziehen. Vgl. online: http://at.zkm.de/node/415, 06.10.2016, sowie »Musik als numerische Sensibilität« in diesem Band, S. S. 13–43, hier bes. S. 40f.

26 Johann Philipp Kirnberger, *Der allezeit fertige Polonoisen und Menuettencomponist*, Winter, Berlin, 1757.

27 Vgl. Pierre Hoegi, *A Tabular System Whereby Any Person without the Least Knowledge of Musick May Compose Ten Thousand Different Minuets in the Most Pleasing and Correct Manner*, Welcker's Musick Shop, London, 1775.

formales Würfelspiel in einer mechanischen Gestalt verwirklicht, das zu Recht sogenannte *Componium*, eine der ersten Maschinen, die automatische Musik komponierte. Rationale, nichtsubjektive Verfahren und Regeln der Komposition führten zu mechanischen Kompositionsmaschinen.[28]

Grafische Notationen und grafische Benutzeroberfläche

Die Ansätze dieser Spatialisierung der Musik, sowohl in der Komposition wie in der Notation, sind bereits um 1950 erkennbar, wahrscheinlich schon unter dem Einfluss einer erahnten Zukunft der Musik als Akusmatik. In den 1950er- und 1960er-Jahren hat die Musik versucht, durch serielle Kompositionsmethoden, durch Stochastik und Wahrscheinlichkeitstheorie eine andere Grundlage als die Intervalltheorie zu finden. Die individuellen Wahlmöglichkeiten zwischen Lösungswegen, mit denen die Kluft zwischen den Tönen überbrückt werden könnten und sollten, schienen erschöpft. Statt nach subjektiven suchte man nach objektiven Wahlmöglichkeiten. Besonders relevant ist in diesem Kontext die Veränderung des Bildes der Notation, nämlich das Verlassen der fünf Linien und der Noten als Punkte. Die Frage, wie ich von einer Note zur anderen komme, wurde bisher als die Frage verstanden, wie ich von einem Zeitpunkt zum anderen komme. Nun aber ist man dazu übergegangen, den Weg von einem Raumpunkt zum anderen zu suchen. Die Raumpunkte werden zu kontinuierlichen Strecken und Linien oder zu großen Flecken oder zu dickeren oder dünneren Strichen. Die Linien konnten sich krümmen und über die ganze Seite verschmiert werden und die Punkte konnten als Masseverteilungen ebenfalls über die ganze Seite angeordnet werden. Die Komponisten zogen Linien kreuz und quer über die Seite, setzten beliebig Punkte und Flecken und überließen dem Interpreten die freie Interpretation. Unter dem Schlagwort »Emanzipation des Interpreten« wurde er gleichberechtigter Partner des Komponisten.

Die Bedeutung der grafischen Notation wurde aber von der Musiktheorie nicht verstanden. Die grafische Notation war nämlich der entscheidende Hinweis und die entscheidende Wende von der Musik als Zeitform zur Musik als Raumform. Wie das Wort »grafische Notation« schon sagt, geht es hier um Zeichnungen, nicht um Noten. Es geht hier um Grafiken, nicht um Partituren. Es geht hier um *Punkt und Linie zu Fläche*, so der Titel eines Buches von Wassily Kandinsky (1926), also um visuelle Kunst und nicht um musikalische Notation.

Der Siegeszug der grafischen Notation währte in etwa eine Dekade, er wurde aber leider aus zwei Gründen abgebrochen: Einerseits, weil die Musiktheorie diesen *spatial turn*, die räumliche Wende, nicht erkannte und die grafische Notation als zeitgenössischer Spleen der Musikavantgarde verstand. Andererseits verfügten aber auch die Musiker selbst nicht über die nötigen mathematischen Kenntnisse, um die grafische Notation zur Graphentheorie weiterentwickeln zu können. In der Graphentheorie hätten die Musiker die neue Heimat der grafischen Notation gefunden. Die eigentliche Durchsetzung der grafischen Notation begann mit der Entwicklung der grafischen Benutzeroberfläche in Verbindung mit dem Computer. Die Töne konnten damit vom Komponisten direkt erzeugt werden, ohne Notation und Interpret.

28 So heißt es bei Herbert Gerigk: »Die Spielerei lag in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts in der Luft, stets auch klar als solche gekennzeichnet.« Z. B. durch »Kirnberger, den wir zunächst doch wohl als den Vater der in der Folge anschwellenden Würfelmusik-Literatur betrachten müssen […]« »Jedes Spiel ist schließlich eine Spiegelung der wahren Gedanken. Das rationalistische Zeitalter erwägt durchaus ernsthaft die Möglichkeit des mechanischen Komponierens an mehr als einer Stelle.« Ders., »Würfelmusik«, in: *Zeitschrift für Musikwissenschaft*, Jg. 16, Nr. 7/8, 1934, S. 359–363, hier S. 360.

Anestis Logothetis, *Odyssee*, 1963, zwei Partituren

Der Begriff Graph wurde in Anlehnung an graphische Notationen chemischer Strukturen 1878 von dem Mathematiker James Joseph Sylvester eingeführt.[29] Erste Anwendungen waren chemische Konstitutionsformeln.[30] Das erste Lehrbuch zur Graphentheorie erschien 1936.[31] Die Graphentheorie definiert eine Vielzahl von grundlegenden Begriffen: Graph, Nachbarschaft, Pfad, Zyklus, Kreis etc. Eine wichtige Anwendung der Graphentheorie ist die Suche nach der kürzesten Route zwischen zwei oder mehreren Orten. Die Orte werden als Knoten definiert und die Verbindungen zwischen Orten als Kanten. Ein Graph ist also im Allgemeinen eine Menge von Knoten und Kanten. Eine Kante ist eine Menge von genau zwei Knoten. Ist die Menge der Knoten endlich, spricht man von endlichen Graphen. Wenn die Kanten statt durch Mengen durch Paare von Knoten angegeben sind, spricht man von gerichteten Graphen. Da die Lösung graphentheoretischer Probleme (z. B. Eulerkreisproblem, Briefträgerproblem, Hamiltonkreisproblem, Problem des Handlungsreisenden) oft auf Algorithmen basiert, ist die Graphentheorie in der Komplexitätstheorie von großer Bedeutung. In der Graphentheorie hätten die Musiker die neue Heimat der grafischen Notation gefunden. Es wäre notwendig gewesen, die Graphentheorie in die Musiktheorie einzuarbeiten, dann hätten wir heute eine Musiktheorie, die dem Computer adäquat wäre. In den musikalischen Interpretationen der Graphen-Schemata wären die Orte Noten bzw. die Kanten Vektoren etc.

---

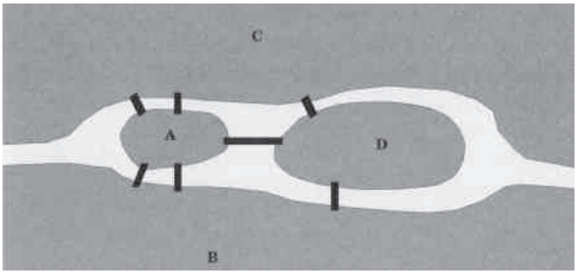
29 James Joseph Sylvester, »Chemistry and Algebra«, in: *Nature*, Jg. 17, 1878, S. 284.

30 Arthur Cayley, »On the Mathematical Theory of Isomers«, in: *Philosophical Magazine*, Jg. 47, Nr. 314, 1874, S. 444–446. Caylay ist ebenso bekannt für die Prägung des Begriffes »Baum« für mathematische Graphen, vgl. ders., »On the theory of the analytical forms called trees«, in: *Philosophical Magazine*, Jg. 13 (Fourth Series), Nr. 85, 1857, S. 172–176.

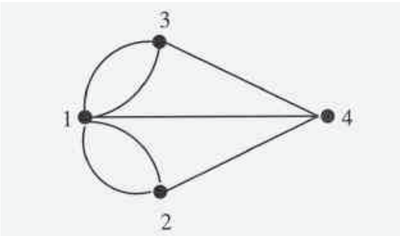
31 Dénes König, *Theorie der endlichen und unendlichen Graphen. Kombinatorische Topologie der Streckenkomplexe*, Chelsea, New York, 1935.

Musik und Graphentheorie

In der Mathematik gibt es einen Zweig, der das Erbe der Geometrie angetreten hat: die Topologie. Man spricht von topologischen Strukturen. Diese gehen natürlich weit über den Anschauungsraum der Geometrie heraus. Der berühmte Mathematiker Leonhard Euler hat 1736 mit dem Königsberger Brückenproblem die Topologie eingeführt.



Vier Brücken über den Fluss Pregel, der durch die Stadt Königsberg fließt, verbinden die beiden Ufer mit der Insel A und zwei Brücken mit der Insel B und eine die beiden Inseln A und B. Die Frage war, ob man einen Rundgang finden kann, von einem beliebigen Standpunkt aus, bei dem man jede der Brücken nur einmal überquert. Euler bewies, dass es einen solchen Weg nicht gibt, da zu allen vier Ufergebieten bzw. Inseln eine ungerade Zahl von Brücken führt. Abstrakt formuliert lautet Eulers Frage: Kann man einen Rundgang finden, bei dem man von einem beliebigen Standpunkt (A, B, C, D) aus jede der sieben Brücken genau einmal überquert und anschließend zum Ausgangspunkt zurückkehrt? Diese vier Positionen bilden die vier Knoten eines Graphen, die wir durch die Nummern 1, 2, 3 und 4 unterscheiden. Wir verbinden zwei Knoten, wenn eine Brücke die Positionen verbindet. So entsteht der folgende Graph.

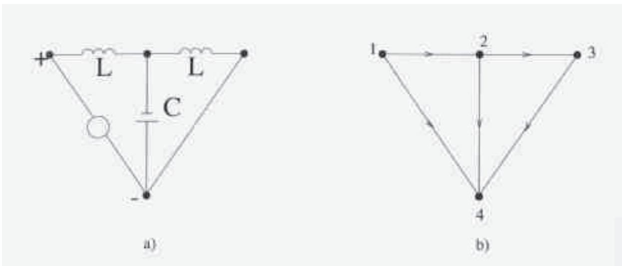


Die Kanten bilden durch ihre Anordnung verschiedene Graphen. Ein Graph heißt zusammenhängend, wenn es zwischen je zwei Knoten mindestens einen Weg gibt, wie z. B. bei dem obenstehenden Graphen. Dann gibt es offene und geschlossene Kantenzüge. Nehmen wir an, dass die Kanten eines Graphen ein System von Straßenzügen modellieren und stellen wir uns einen Postboten vor, dann wissen wir, dass dieser jede Wegstrecke möglichst nur einmal gehen möchte. Erweitert nennt man dies das *Travelling Salesman Problem* bzw. Rundreiseproblem. Ein Handelsreisender, der 35 Städte zu besuchen hat, möchte klarerweise vermeiden, den gleichen Weg mehrfach zu gehen. Er wird deshalb nachdenken, wie er 35 Städte besuchen kann, ohne einen Weg zweimal gehen zu müssen. Dieses topologische Problem ist ein Teil der Graphentheorie: Gibt es einen Zyklus, der alle Kanten genau einmal benutzt?

Wir beobachten die Ähnlichkeit des Verbots der Wiederholung einer Note in der Zwölftonreihe mit der Vermeidung der Wiederholung eines Weges in der Topologie. Die

Frage, wie ich von einem Ton zum nächsten komme, muss ich nicht mit Harmonielehre lösen, ich kann sie auch graphentheoretisch lösen.

Auch elektrische Netze können Graphen zugeordnet werden. Mithilfe der Graphen können die im Netz möglichen Ströme ermittelt werden. Als Knoten treten dabei auf: Die Spannungsquellen, die Erdungspunkte und die Netzpunkte, an denen eine Stromverzweigung stattfinden kann.

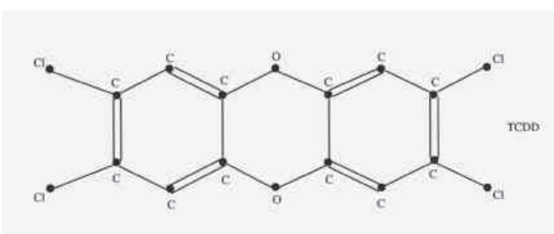


Die Abbildung links zeigt ein elektrisches Netz, die Abbildung rechts zeigt dessen gerichteten Graphen.

Die Ströme in den einzelnen Zweigen des Netzes gehorchen den Kirchhoff'schen Regeln, die durch lineare Gleichungen ausgedrückt werden. Gustav R. Kirchhoff hat 1847 gezeigt, dass alle Stromgrößen in einem elektrischen Netz ermittelt werden können, sobald man die Ströme in den Zweigen eines spannenden Baumes kennt.[32] »Baum« ist ein graphentheoretischer Begriff. Bäume treten als Datenstrukturen bei der Optimierung von Kommunikationsnetzwerken, bei Grammatiken für Computersprachen etc. auf. Wir wissen, dass elektrische Netzwerke, also Graphen, physikalisch realisiert werden können. Es liegt also nahe, dass Computer, durch die Ströme fließen, nicht nach alten analogen Regeln komponieren sollten, sondern nach Kirchhoff'schen und anderen Regeln und Methoden der Graphentheorie.

Das Rundreiseproblem gilt heute nicht nur für das Wachpersonal einer Industrieanlage oder Handlungsreisende, sondern auch für Roboterarme bei der Bearbeitung eines Werkstückes oder für die Positionen von Bohrlöchern auf einer Leiterplatte (Computerchip).

Graphen spielen auch in der Chemie eine Rolle. Ein Molekül wird durch seine Strukturformel charakterisiert, die angibt, aus wie vielen Atomen von welcher Art ein Molekül besteht. H_2O besteht aus zwei Atomen Wasserstoff und einem Atom Sauerstoff. Die Bindungsmöglichkeiten lassen sich durch einen ungerichteten Graph darstellen, den wir als Strukturgraph bezeichnen.



32 Gustav R. Kirchhoff, »Über die Auflösung von Gleichungen, auf welche man bei der Untersuchung der linearen Verteilung galvanischer Ströme geführt wird«, in: *Annalen der Physik*, Jg. 148, Nr. 72, 1847, S. 497–508, hier S. 136.

Die linke Abbildung zeigt die Positionen von Bohrlöchern auf einer Leiterplatte (Computer Chip). Die rechte Abbildung zeigt die kürzeste Tour, die die Bohrlöcher miteinander verbindet. Diese Reihenfolge erhält man als Lösung des zugehörigen Rundreiseproblems. Sie gibt an, wie ein Bohrer in optimaler Weise vorgehen sollte.

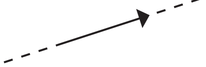
In dieser Abbildung sehen wir den Strukturgraph von Dioxin. Solche Graphen weisen Symmetrien, Automorphismen und Permutationen auf. Die Graphentheorie sucht also Lösungen für räumliche Nachbarschaften. Die Anwendung der Graphentheorie für elektronische Netzwerke zur Erzeugung von Musik wäre daher naheliegend. Die Graphentheorie ist also eine aktuellere mathematische Methode, um die Frage zu beantworten, wie ich von einer Note zur nächsten komme.

Musik und Algebra

Es gäbe noch andere mathematische Modelle, wie z. B. die Clifford-Algebra, welche als räumliche Kompositionstechniken Verwendung finden könnten.

Die Clifford-Algebra hat mehrere Ursprünge, zum einen in der *Linearen Ausdehnungslehre* (1844) von Hermann Graßmann. Das Ziel der Graßmann-Algebra war eine Verallgemeinerung des Vektorbegriffs auf höhere Dimensionen, um orientierte Flächenelemente, Volumina etc. zu beschreiben. Es handelt sich also um eine Art Geometrie mehrerer Dimensionen. Eine weitere Quelle ist die Algebra der Quaternionen, die 1843 von Sir William Rowan Hamilton entdeckt wurde. Die Quaternionen bilden eine vierdimensionale Verallgemeinerung der komplexen Zahlen. Quaternionen eignen sich für die Beschreibung von Drehungen in drei und vier Dimensionen.

1878 entdeckte William Kingdon Clifford die nach ihm benannte Clifford-Algebra, die er selbst »geometrische Algebra« nannte.[33] Mit ihr wollte Clifford die Algebra von Graßmann und die Quaternionen von Hamilton in einem gemeinsamen mathematischen Rahmen vereinigen. Es gibt in der Mathematik Zahlensysteme mit komplexen Einheiten, genauer die komplexen Zahlen, die Quaternionen und Oktaven. In diesen können jeweils ein, drei oder sieben Elemente fixiert werden, welche den Zahlenraum als reellen Vektorraum aufspannen, der mehrdimensional sein kann. Die geometrische Algebra basiert also auf einem Vektorraum, der mit einer Metrik versehen ist. Ein geometrischer Vektor ist eine gerichtete Linie, die durch einen Beitrag oder eine Richtung charakterisiert wird.



33 William Kingdon Clifford, *Mathematical Fragments, Being Facsimiles of His Unfinished Papers Relating to the Theory of Graphs*, Macmillan, London, 1881; ders., *Mathematical Papers*, Macmillan, London, 1882.

Ein Vektor ist also ein orientiertes Element eines eindimensionalen Raumes. Doch in der Geometrie brauchen wir neben Vektoren (Linien) auch weitere Objekte wie Flächen, Volumina etc. Diese können als eine Verallgemeinerung des Vektorkonzepts bzw. als Multi-Vektoren aufgefasst werden. Die geometrische Algebra ist also eine Clifford-Algebra über einen Vektorraum mit quadratischer Form. Der Vektorraum ist reell zweidimensional, die Algebra reell vierdimensional.

Die Clifford-Algebra ist das initiale Objekt einer Kategorie, das sich dadurch auszeichnet, dass es zu jedem anderen Objekt dieser Kategorie einen Morphismus gibt. Daraus entstehen Algebramorphismen. Die Clifford-Algebra spannt einen Vektorraum auf, der weit über die natürlichen Zahlen hinausgeht. Daraus könnte man schließen, dass die Regeln, die bisher für Zahlen und Operationen mit Zahlen, die nur auf einer zweidimensionalen Fläche geschrieben wurden, nicht mehr gelten, wenn sie in mehrdimensionalen Räumen präsentiert werden.

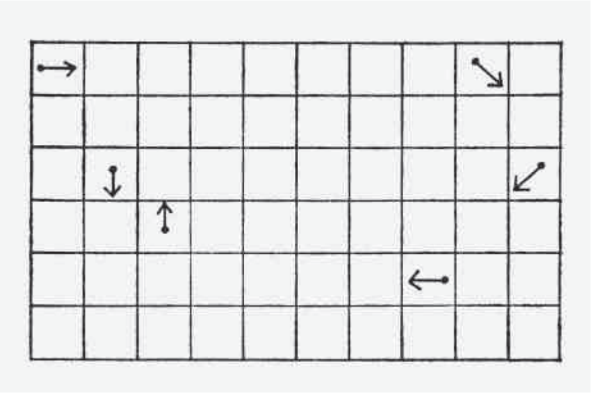
Vereinfacht gesagt: Ein normales Zahlensystem wird auf einem Papier, auf einer zweidimensionalen Fläche, notiert. Der Zahlenraum, von dem metaphorisch gesprochen wird, ist bei normalen Rechenoperationen in Wirklichkeit gar kein Raum, sondern nur eine Fläche. Daher reichen bei physikalischen Prozessen mit höheren Dimensionen oder mit *n*-Strukturen die normalen mathematischen Zahlensysteme nicht aus. Mathematische Aufgaben, z. B. die Berechnung von *n*-dimensionalen Quantenzuständen, können nur als Algebra gelöst werden. Insofern ermöglicht die Clifford-Algebra die im Augenblick perfekte Beschreibung der Quantenmechanik. Weitere Forschungen inspirieren zur Hoffnung, dass wir einen Zahlenraum entwickeln, der mehrdimensional bis *n*-dimensional ist – und dass sich in diesem Zahlenraum die bisherigen Notationssysteme wie Ziffern, Noten und Buchstaben von der zweidimensionalen Fläche lösen. Der Computer wird ein Operieren im mehrdimensionalen Zahlenraum ermöglichen und dadurch neue Konstellationen, Verbindungen, Wege und Brücken zwischen den Noten, Buchstaben und Zahlen herstellen. Die Anwendung der Clifford-Algebra mittels des Computers auf die Musik wäre das erste Exempel dieser Hoffnung, der Beginn einer zivilisatorischen Revolution: der Übergang zweidimensionaler Notationssysteme in mehrdimensionale Notations- und Kompositionssysteme.

Roman Haubenstock-Ramati hat in *Form in der Neuen Musik* die musikalische Form als »eine zeitlich-räumliche Konzeption des musikalischen Geschehens definiert«.[34] »Form wird also vom Komponisten nicht erfunden, sondern durch eine technisch analysierbare Struktur ersetzt«[35] Bewegung, Variation, Wiederholung im Sinne der Mobiles von Alexander Calder wurden zu zentralen Parametern für diese Generation der Komponisten. Die »offene Form«, das Schlagwort Umberto Ecos (*Opera aperta*, 1962) wurde in allen Dimensionen praktiziert. Roman Haubenstock-Ramati beschreibt sein Werk *Jeux für 6 Schlagzeuger* (1960) als Vektorenfeld: »So ist zum Beispiel in *Jeux 6* die Struktur des Werkes horizontal in sechs und vertikal in zehn Reihen geordnet. Im Falle der *Jeux* ist aber nicht nur eine zweifache: horizontale und vertikale – ›Durchleuchtung‹ der Struktur möglich, sondern eine sechsfache, in sechs verschiedene Richtungen weisende (Anfangs-Pfeile). Die ganze Form ist geschlossen, das heißt nach Vollendung des ersten Zyklus beginnt an der gleichen Stelle der zweite Zyklus usw. Auf diese Weise liefert die gleiche Gesamtstruktur (›immer das gleiche‹) sechs verschiedene Möglichkeiten der Ordnung des Gleichen in immer neuen Zusammenhängen, neuen Perspektiven (›immer anders‹).«[36]

34 Roman Haubenstock-Ramati, o.T., in: *Form in der Neuen Musik*, erschienen in der Reihe *Darmstädter Beiträge zur Neuen Musik*, hg. von Ernst Thomas, Nr. 10, 1966, S. 37–39, hier S. 38.

35 Ibid.

36 Ibid., S. 39.



Roman Haubenstock-Ramati, Vektorenfeld zu *Jeux für 6 Schlagzeuger*, 1960

Xenakis wird sich intuitiv der Clifford-Algebra nähern, ohne sie zu erwähnen. Seine Musik wird nicht nur in einem zweidimensionalen Vektorraum wie bei Haubenstock-Ramati operieren, sondern in einem Vektorraum mit quadratischer Form. Er wird mit Quaternionen arbeiten, die Notationen als Drehungen von Worten in drei und vier Dimensionen beschreiben. Die Vertreter der grafischen Notation von Roman Haubenstock-Ramati bis Earle Brown ahnten, dass sie einer neuen Kompositionsmethode auf der Spur waren, nämlich dem Wechsel von zeitbasierten zu raumbasierten Methoden der Musikkomposition. Im gleichen Heft zu *Formen in der Neuen Musik*, für das auch Mauricio Kagel und György Ligeti schrieben, kommentiert Earle Brown den Einfluss, den Calder und Pollock auf sein Werk haben, ebenso Karl Gerstner. Er räumt ein, dass seine Kompositionen nicht der allgemeinen Idee, wie ein Komponist arbeitet, entsprechen. Er hat nichts dagegen, wenn man ihn »a designer of programmes«[37] nennt. Bevor also tatsächlich mit Computerprogrammen komponiert wurde, haben die Avantgardekomponisten bereits intuitiv ihre Kompositionsmethoden als Programmierung verstanden. Brown bezieht sich explizit auf das Buch *Programme entwerfen* von Karl Gerstner[38]: »›Designing a Programme‹ is similar to the procedures I have described above and somewhat unlike the traditional concept of ›composing‹ in that (as a negative attitude would say,) the final step of definitive arrangement is left out […] This is a process of *inclusion* and expansion of the concept of ›a work of art‹ rather than one/of deterministic contraction and exclusivity. One does not diminish the amount of meaningful control within a work but seeks to create the work as an entity, a quasi-organism, and to ›programme‹ a life for it within which it comes to find its shape […].«[39]

Brown sieht bereits die Zukunft der Musik als die Programmierung von lebensähnlichen »Quasi-Organismen«, also gewissermaßen die Generierung von Musik durch zelluläre Automaten, wie durch Conways *Game of Life*. Aber vor allem ist erstaunlich, wie wenig Brown den Begriff *Zeit* und wie oft er den Begriff *Raum* verwendet, wenn er über seine revolutionären Kompositionen aus dem Jahr 1952 spricht: »One of the first things that I ever wrote about *Form* is the following, from notebooks, October and November, 1952; under the word, ›Synergy‹: ›to have elements exist in space … space as an infinitude of directions from an infinitude of points in space … to work (compositionally and in performance) to

37 Earle Brown, o.T., in: Thomas 1966, S. 57–69, hier S. 63.
38 Karl Gerstner, *Programme entwerfen*, Teufen, Niggli, 1963.
39 Earle Brown, o.T., in: Thomas 1966, S. 57–69, hier S. 63.

right, left, back, forward, up, down, and all points between … the score (being) a picture of this space a tone instant, which must always be considered as unreal and/or transitory […].‹«[40] Brown beschreibt seine Musiknotation ebenfalls als Vektorumfeld. »In the notebook the above is connected to a space diagram of the ›reading‹ principle of *December 1952* and the graphics of that work seem to me to activate the above intention. […] [the piece] *November 1952* […] has as instructions: ›To be performed in any direction from any point in the defined space for any length of time. Tempo; as fast as possible to as slow as possible … inclusive. Attacks may be interpreted as completely separated by infinite space, collectively in blocks of any shape, or defined exactly within that space. Lines and spaces may be thought of as tracks moving in either direction (horizontally at different and variable speeds) and clef signs may be considered as floating (vertically over the defined space) … The defined space may be thought of as real or illusory, as a whole or in parts. Either space (vertical or horizontal) may expand, contract, or remain as it seems to be here. Vertical space will vary according to the performer's view of the floating clefs.‹«[41]

In der englischen Ausgabe von Xenakis' Buch *Musiques formelles* (1963) heißt es: »With the aid of electronic computers the composer becomes a sort of pilot: he presses the buttons, introduces coordinates, and supervises the controls of a cosmic vessel sailing in the space of sound, across sonic constellations and galaxies that he could formerly glimpse only as a distant dream.«[42]

Auf der Suche nach nicht-subjektiven, mathematischen, naturwissenschaftlichen Kompositionsmethoden berief sich Xenakis auf moderne Wahrscheinlichkeitstheorien, auf Quantenmechanik und Dennis Gábor, den Erfinder der Holografie. Im Kapitel »Symbolic Music« liefert Xenakis auch den Entwurf einer logischen und algebraischen musikalischen Komposition. Dabei kommt er in einem Absatz auch auf den Vektorraum (»vector space«) zu sprechen.[43] »If our musical space has two dimensions, e.g., pitch-time, pitch-intensity, pressure-time, etc., it is interesting to introduce complex variables.«[44] – »The four forms of a melodic line (or of a twelve-tone row) can be represented by the following complex mappings: […] original form[,] inversion[,] retrogradation[,] inverted retrogradation […] Other transformations, as yet unknown, even to present-day musicians, could be envisaged. […] Furthermore, for a musical space of more than two dimensions we can introduce hypercomplex systems such as the system of quaternions.«[45]

Hier können wir bereits bei Xenakis die Ansätze zu einer algebraischen Theorie der Musik erkennen, die sonische Ereignisse unabhängig von der Zeitachse verwirklichen kann. Xenakis spricht bereits von Hamilton-Quaternionen und Algebra-Zahlensystemen. Es benötigte also nur mehr eines Schrittes zu der von mir vorgeschlagenen Verwendung der Clifford-Algebra, um neue sonische Ereignisse und um neue Netze über die Kluft zwischen zwei Tönen zu spannen. Bei seinem Stück *Nomos Alpha* (1965) verwendet Xenakis die Transformation von Würfeln, die verschiedenen Graphen folgt.

Das Wort *Netzwerke* darf nicht nur metaphorisch verstanden werden. »[W]e could train a network to generate the next note in sequence by supplying it with some number

---

40 Ibid., S. 59.

41 Ibid.

42 Iannis Xenakis, *Formalized Music. Thought and Mathematics in Music. Thought and Mathematics in Composition*, Indiana University Press, Bloomington, 1971, S. 144; im Original auf Französisch erschienen unter dem Titel *Musiques formelles: nouveaux principes formels de composition musicale*, erschienen in der Reihe *La Revue musicale*, Nr. 253/254, Richard-Masse, Paris, 1963.

43 Ibid., S. 161–170.

44 Ibid., S. 169.

45 Ibid., S. 169f.

Iannis Xenakis, Schema einer Hexaeder- und Oktaedergruppe, in: *Formalized Music*, 1971, S. 220

of previous notes for context. This would require a feedback arrangement in the network design so that previous outputs could influence subsequent choices. The windowing and context methods could be combined so that the feedback units provide context for whole musical phrases«[46] Einen entsprechenden Prozess beschreibt z. B. Peter Todd 1989.[47]

Das neuronale Modell des Bewusstseins, das zeigt, dass im Gehirn Millionen von Neuronen vernetzt sind und parallel operieren, hat zur Wissenschaft der künstlichen neuronalen Netzwerke geführt. Weil diese Neuronen parallel arbeiten, spricht man von »parallel distributed processing« oder »connectionist models of cognition«. Mithilfe der Theorie künstlicher neuronaler Netzwerke sind außerordentlich viele Muster für die Verknüpfung von Tönen möglich geworden. Diese Vorgehensweise eröffnet den Weg zum Einsatz künstlicher Intelligenz bei der algorithmischen Komposition von Musik mithilfe von Computern.

Musik und zellulare Automaten

Seit langem wird versucht, Wachstumsmodelle von biologischen und visuellen Formen zu formalisieren. Biologische Formen sind Transformationen in Raum und Zeit unterworfen. Formen verändern sich in der Zeit, nehmen aber Raum ein, sind also zwei- oder dreidimensionale Gebilde. Seit dem Werk *On Growth and Form* (1917) von D'Arcy Thompson[48] wird versucht, eine formale mathematische Theorie der Morphogenesis, der Entstehung und des Wachstums von biologischen Formen zu entwickeln. Stanisław M. Ulam hat dazu den Aufsatz »On Some Mathematical Problems Connected with Patterns of Growths of Figures«[49] verfasst. Er reduzierte das Problem des Wachstums auf kleine Papierwesen,

46 Loy 2006, S. 387.

47 Peter Todd, »A Connectionist Approach to Algorithmic Music, in: *Computer Music Journal*, Jg. 13, Nr. 4, 1989, S. 27–43. Vgl. auch ders. und Gareth Loy, *Music and Connectionism*, The MIT Press, Cambridge/MA, 1991; ders. und Gregory M. Werner, »Frankensteinian Methods for Evolutionary Music Composition«, in: ders. und Niall Griffith, *Musical Networks: Parallel Distributed Perception and Performance*, The MIT Press, Cambridge/MA, 1998.

48 D'Arcy Thompson, *On Growth and Form*, Cambridge University Press, Cambridge, 1961; auf Deutsch erschienen unter dem Titel *Über Wachstum und Form*, Birkhäuser, Basel, 1973.

49 Stanisław M. Ulam, »On Some Mathematical Problems Connected with Patterns of Growths of Figures«, in: *Mathematical Problems in the Biological Sciences, Proceedings of Symposia in Applied Mathematics,* Nr. 14, 1962, S. 215–224; vgl. auch: ders., *Adventures of a Mathematician*, Charles Scribner's Sons, New York, 1976.

zweidimensionale Gebilde, die sich auf einer Fläche vermehren, und nannte diese Lebewesen »zelluläre Automaten«. John von Neumann hat in seinem Werk *Theory of Self-Reproducing Automata* (1966)[50] dazu die Theorie geliefert: Die Selbstreproduktion, ein charakteristisches Verhalten von Lebewesen, sei auch von Maschinen erreichbar. Edward F. Moore hat ebenfalls auf diesem Gebiet gearbeitet.[51] John H. Conway hat mit *Game of Life* jedoch den bekanntesten zellulären Automaten geschaffen. Dieser beschreibt Wachstum und Absterben einer Population von Zellen nach relativ einfachen Regeln: Leben findet auf einer Art realem Schachbrett statt, dessen Quadrate als Zellen bezeichnet werden. Die Nachbarschaftsverhältnisse der Zellen definieren das Wachstum der Papierlebewesen bzw. Formen. Das Spielfeld ist in Zeilen und Spalten unterteilt und im Idealfall unendlich groß. Jedes quadratische Feld ist ein zellulärer Automat, der einen von zwei Zuständen einnehmen kann, entweder weiß oder schwarz. Sind sie weiß, gelten die Zellen als inaktiv bzw. tot. Sind sie schwarz, gelten sie als aktiv bzw. lebendig. Zunächst wird eine Anfangsgeneration von lebenden Zellen auf dem Spielfeld platziert. Jede Zelle hat auf diesem Spielfeld genau acht Nachbarzellen, nämlich diejenigen, die an Seiten oder Ecken angrenzen.[52] Die nächste Generation ergibt sich durch die Befolgung einfacher Regeln. Eine tote Zelle mit genau drei lebenden Nachbarn wird in der Folgegeneration neu geboren. Ein lebendes Feld mit weniger als zwei aktiven Nachbarn wird inaktiv, also weiß bzw. stirbt. Ein lebendes Feld mit zwei oder drei aktiven Nachbarn bleibt in der Folgegeneration aktiv. Ein lebendes Feld mit mehr als drei aktiven Nachbarn wird inaktiv bzw. stirbt und wird ebenfalls weiß. Mit diesen vier einfachen Regeln entsteht aus Anfangsmustern eine Vielfalt komplexer Strukturen. Diese Nachbarschaftsregeln habe ich für meine Amazonas-Oper in München 2010 verwendet, für deren Aufführung ich organisches Wachstum sowohl akustisch wie auch visuell simuliert habe.[53]

Wir können uns nun vorstellen, dass diese Theorien zu einer selbstreproduzierenden Musik führen können, zu einer topologisch, von räumlichen Nachbarschaften definierten Musik. Die mathematischen Modelle der Graphentheorie, der zellulären Automaten, der Biomorphologie können auch die Vermehrung und das Wachsen der akustischen Formen und Phänomene steuern. Komponieren bedeutet dann Anwendung einer mathematischen Theorie der akustischen Morphogenese, des Entstehens und Wachsens von akustischen Formen. Die Musik führt zu einer Simulation der Formen des Lebendigen. Zellulare Musik, abgeleitet von zellularen Automatenmodellen, wäre das Ideal für die selbstrechnenden Maschinen wie Computer. Die Frage, wie komme ich von einem Ton zum nächsten, also die Frage nach dem Wachstum von musikalischen Formen, ist die Frage nach einer musikalischen Morphogenesis. Hier bieten sich die neuen Theorien von zellulären Automaten bis zur Graphentheorie an.

Jüngere Theoretiker wie Reto Schölly[54] nehmen diese Gedanken auf und haben dazu schon überzeugende theoretische und musikalische Beispiele geliefert. Schölly überträgt die Conway-Simulation des visuellen Wachstums auf Tonfelder, d. h. auf die akustische Morphogenese, die früher Kompositionslehre genannt wurde. Die räumlichen Nach-

---

50 John von Neumann, *Theory of Self-Reproducing Automata*, hg. und vollendet v. Arthur W. Burks, University of Illinois Press, Urbana, 1966.

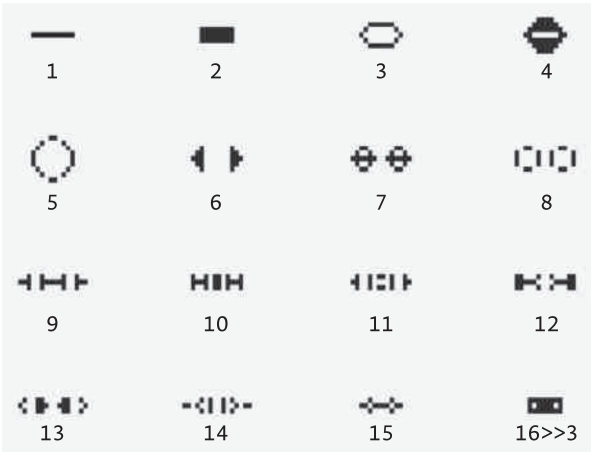
51 Edward F. Moore, »Machine Models of Self-Reproduction«, in: *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics*, Nr. 14, 1962, S. 17–33; ders., »Artificial Living Plants«, in: *Scientific American*, Oktober 1956, S. 118–126.

52 Vgl. Martin Gardner, »Mathematical Games: On Cellular Automata, Self-reproduction, the Garden of Eden, and the Game ›Life‹«, *Scientific American*, February, 1971, S. 112–117.

53 Vgl. »Amazonas-Musiktheater« in diesem Band, S. 279–283.

54 Reto Schölly, »Topologische Musik – im Chaos lebt die Ordnung«, unveröffentlichter Aufsatz, 2016, vom Autor freundlicherweise zur Verfügung gestellt.

barschaftsregeln von Conways *Game of Life* definieren also die Kompositionsregeln des musikalischen Gebildes. Die Klangfolgen werden durch räumliche Nachbarschaftsregeln erzeugt. »Beispielsweise ergibt sich aus zehn nebeneinanderliegenden Punkten folgender Verlauf:



Reto Schölly, Ablauf einer *Artificial-Life*-Simulation nach Conway mit zehn aktiven Feldern als Ausgangssituation

Die Simulation bekommt zu Beginn eine Ausgangssituation vorgegeben, die einige aktive Felder besitzt. Danach läuft das Spiel von alleine: Bei jedem Schritt erfolgt die Anwendung der oben angegebenen Regeln. Einige Felder werden bedingt durch die Nachbarschaftsverhältnisse aktiviert, andere deaktiviert. In Abhängigkeit der Konfigurationen, die sich ergeben, entsteht für jedes aktive Element ein Ton, welcher der Anzahl an Nachbarschaften entspricht. Jede Spielsituation hat damit ihren eigenen Klang.

Das Tonsystem hat eine beliebige Grundfrequenz. Eine Frequenzverdopplung (d. h. eine Oktave) ist in zwölf gleichmäßige Teile unterteilt. Als Basisfrequenz wird 55 Hz gewählt, als höchstmögliche Frequenz 17 kHz, da ein Durchschnittsmensch Klänge in diesem Frequenzbereich normalerweise hören kann. Die Tonschritte entsprechen jeweils den Potenzen von $\sqrt[12]{2}$, d. h. eine »Note« hat die Frequenz $f = \sqrt[12]{2}$. Damit ist der Oktavenschritt $h^* = 2h$ gegeben. Anmerkung: In den Beschreibungen werden Tonschritte der Einfachheit zuliebe mit ihren Entsprechungen aus der tonalen Musik bezeichnet. Das heißt: Vier Tonschritte entsprechen einer großen Terz. Damit ergeben zwölf Tonschritte: $(\sqrt[12]{s})^{12} = 2$, wieder eine Oktave. Folgende Regeln werden angewendet:

Definitionen:

Variable	Beschreibung
$m = \{p\}$:	Binäre Matrix, welche das Spielfeld repräsentiert.
p *(x, y, wert)*:	Wert der Matrix an den Koordinaten *x, y. wert* = 1 entspricht einem aktiven Pixel, *wert* = 0 einem leeren Feld.
h:	Zahlenwert, der die Tonhöhe repräsentiert.
$T(h) = 55\,Hz\,(\sqrt[12]{2})^h$:	Vektor aller möglichen Töne der Tonhöhe h (entspricht in etwa Halbtonschritten).
b:	Basiston.
$N(p)$:	Anzahl der aktiven Nachbarfelder eines Feldes p.
A:	Ausgabestring: Enthält alle Werte h, die für eine bestimmte Spielsituation abgespielt werden.

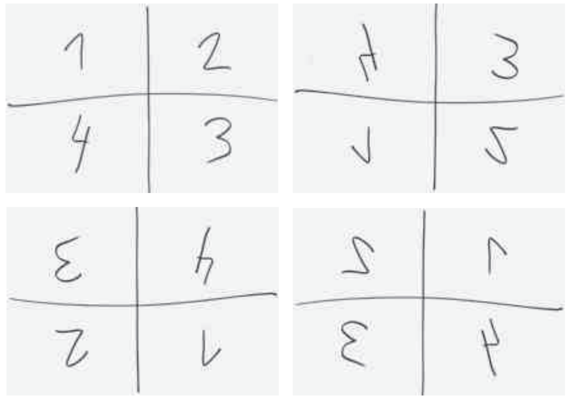
Programm:

Schritt	Aktion	Beschreibung
1	*m* = ?	Spielfeld beliebig initialisieren.
2	∀[*x*, *y*]	Für alle Kombinationen aus *x, y*:
2.1	*wenn N*(*p* (*x*, *y*, ?)) < 2 → *p*(*x*, *y*, ?). *wert* = 0	Wenn das Feld an den Koordinaten *x, y* mit einem beliebigen Wert ? weniger als 2 aktive Nachbarn hat, dann setze das jeweilige Feld auf *inaktiv*.
2.2	*wenn N*(*p* (*x*, *y*, ?)) > 3 → *p*(*x*, *y*, ?). *wert* = 0	Wenn das Feld an den Koordinaten *x, y* mit einem beliebigen Wert ? mehr als 3 aktive Nachbarn hat, dann setze das jeweilige Feld auf *inaktiv*.
2.3	*wenn N*(*p* (*x*, *y*, ?)) = 2 → 0	Wenn das Feld an den Koordinaten *x, y* mit einem beliebigen Wert ? genau 2 aktive Nachbarn hat, belasse es so, wie es ist.
2.4	*wenn N*(*p* (*x*, *y*, ?)) = 3 → *p*(*x*, *y*, ?). *wert* = 0	Wenn das Feld an den Koordinaten *x, y* mit einem beliebigen Wert ? genau 3 aktive Nachbarn hat, dann setze das jeweilige Feld auf *aktiv*.
3	*b* = Σ{*m*|*m*(*p. wert* = 1)}	Berechne den Basiston als Summe aller aktiven Felder. Je mehr aktive Felder es gibt, desto höher ist der Basiston.
4	*falls* 100 → *b* = 60	Nicht hörbare Töne werden in den hörbaren Bereich forciert.
5	∀ *p.wert* = 1	Für alle aktiven Felder:
5.1	*falls* N(*p*) = 0 → *h* = –4	Sterbendes Feld, große Terz nach unten.
5.2	*falls* N(*p*) = 1 → *h* = –8	Sterbendes Feld, das noch einen Kompagnon hat. Sext nach unten.
5.3	*falls* N(*p*) = 2 → *h* = 1	Überlebendes Feld. Sekunde nach oben.
5.4	*falls* N(*p*) = 3 → *h* = 12	Feld wird geboren. Oktave nach oben.
5.5	*sonst H* = –6	Sonst: verminderte Quinte nach unten.
6	→ 2	Gehe zu Schritt 2.

Eine typische Spielsituation kann wie folgt aussehen:

Reto Schölly, Spielsituation in Conways *Game of Life*

Die so generierten Klangwolken werden pro Spielsituation im Abstand von einer Millisekunde an den Synthesizer übergeben, sodass sich je nach Kombination, die sich aus dem *Game of Life* bildet, verschiedene, teils grotesk-schrille Kakophonien ergeben, die sich untereinander doch auf eigentümliche Art und Weise wieder in harmonische Strukturen



Durch die Veränderung der Raumposition des Blattes, also durch das Spiegeln und Drehen, ergibt sich jeweils eine andere Tonfolge, hier symbolisiert durch eine Zahlenfolge.

verwandeln. Die klangliche Ähnlichkeit zu den grafisch dargestellten Zuständen des *Game of Life* sind nur schwer zu übersehen.«[55]

Im 21. Jahrhundert wird die Musiktheorie zu ihren mathematischen Ursprüngen zurückkehren und die akusmatische Musik wird zum Zweig einer avancierten Mathematik und dabei vor allem räumliche Modelle der Musik entwickeln, von der Topologie bis zur Graphentheorie. Die Spatialisierung der Musik hat also nichts mit den sogenannten Klangdomen zu tun, in denen der Hörer durch Dutzende Klangquellen ein räumliches Hörerlebnis erfährt. Die Spatialisierung der Musik bedeutet, Töne als räumliche Nachbarschaften zu definieren und die Frage, wie komme ich von einem Ton zum nächsten, durch räumliche Nachbarschaften zu klären.

Musiknotation ist den grafischen Lebewesen in Conways *Game of Life* vergleichbar. Noten und Notenlinien sind flächige Wesen. Wenn wir nun die Idee der Clifford-Algebra auf die Musik übertragen, stellt sich die Frage: Wie sieht eine Notation aus, die aus mehrdimensionalen Lebewesen besteht? Noten also, die im Raum und nicht auf der Fläche Verbindungen eingehen. Die Ausführung solcher Überlegungen kann nur mithilfe der Rechnerkapazität von Maschinen mit künstlicher Intelligenz, also Computern, gelingen. Die Schönberg'sche Frage, wie gelange ich von einem Ton zum nächsten, war bisher immer als Schritt auf der Fläche gedacht, aber nie als Brücke über eine Kluft. Die Zukunft der Musik wird darin bestehen, räumlich zu komponieren.

Dazu mache ich folgendes Experiment: Vor uns liegt ein Blatt, das in vier Felder geteilt ist, mit den Ziffern 1, 2, 3, 4 im Uhrzeigersinn beschrieben, je eine Ziffer pro Feld. Jede dieser Ziffern bedeutet eine Note. Wenden wir das Blatt um die horizontale Achse auf die Rückseite, ist die Reihenfolge 4, 3, 2, 1. Wir haben also eine andere Tonfolge, nur weil die Ziffern, die die Töne bezeichnen, eine andere Raumposition haben. Wenden wir nun dieses Blatt um die vertikale Achse, dann haben wir als Ergebnis die Zahlenfolge 3, 4, 1, 2. Wenden wir die Position des Blattes wieder um die horizontale Achse, haben wir die Zahlenfolge bzw. Tonfolge 2, 1, 4, 3. Drehen wir das Blatt um neunzig Grad gegen den Uhrzeigersinn, erhalten wir als Tonfolge 1, 4, 3, 2 etc. Drehen wir dieses Blatt vertikal, erhalten wir 4, 1, 2, 3 usw. Wir sehen, die Position der Ziffern bzw. Noten bleibt auf dem Papier bestehen, ist also automorph. Was sich ändert, ist die Position des Papiers im Raum. Durch

55 Ibid., S. 7–9.

diese Veränderungen ergeben sich immer wieder neue Tonfolgen. Räumliche Parameter ergeben zeitliche Parameter wie eben die Tonfolge. Die Schönberg'sche Frage, wie wir von einem Ton zum nächsten kommen, wird also räumlich gelöst, nicht zeitlich. Bei genauerer Betrachtung zeigt sich nun, dass dieses Verfahren und sein Ergebnis den vier Modi der Dodekafonie nicht unähnlich ist, nämlich Grundreihe, Krebs, vertikale und horizontale Spiegelung. Wir erkennen, dass die Dodekafonie im Grunde ein Vorgriff auf räumliche Kompositionsmethoden ist: Transformationen bzw. Automorphismen im Raum, Gestaltung des Wachstums der Tonfolgen durch räumliche Parameter.

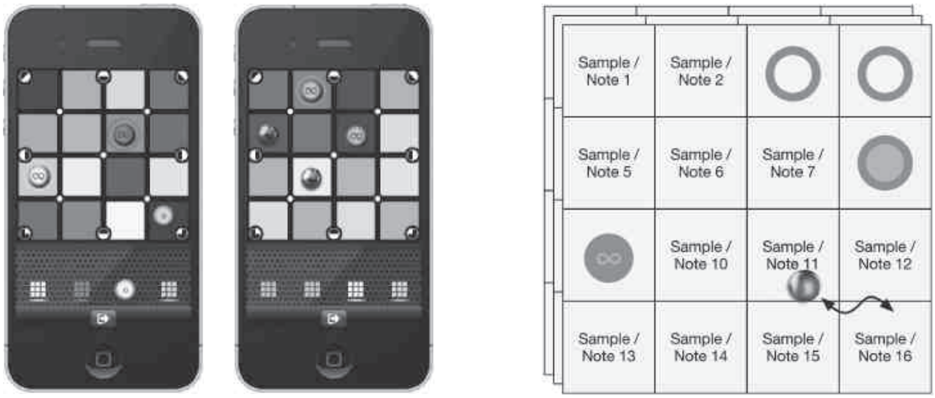
Dadurch nähern wir uns einer Musik, wie sie Morton Feldman vorgeschlagen hat, welcher der Musik vorwarf, sich durch das Metronom der Zeit zu unterwerfen.

Rhythmus, Beat, Takt etc. sind Ausdruck der Unterwerfung der Musik unter die Diktatur der Zeit. Sie machen die Musik zum Sklaven der Zeit. Sogar Popsongs überbringen diese Erkenntnis. Man denke an das Lied von Grace Jones »Slave to the Rhythm« von 1985 oder »Hit Me with Your Rhythm Stick« von Ian Dury and The Blockheads aus dem Jahr 1978. Feldman wollte eine Musik erzeugen, die sich die Zeit unterwirft und die Diktatur der Zeit auflöst. Musik sollte der Feind der Zeit sein, d. h. im Grunde der Feind der Intervalltheorie. Computer und die neuen vorgeschlagenen topologischen, geometrischen, mathematischen Kompositionsmethoden erlauben tendenziell eine Auflösung der Intervalltheorie, indem sie zeitliche durch räumliche Parameter ersetzen. Eine visuelle Metapher kann vielleicht diese zeitlose Musik verdeutlichen: Wenn man weiße Milch oder schwarze Tinte in ein mit Wasser gefülltes Aquarium gießt, entsteht eine Wolke, ein natürliches Wachstum organischer Formen. Punkt folgt nicht auf Punkt, Note nicht auf Note, sondern hier dehnt sich ein kontinuierliches Feld aus, ohne Takt, ohne Intervall. *Cluster* war der erste Begriff, wenn auch noch intuitiv gewählt, um diese neue Form der spatialen Musik zu benennen und zu erforschen.[56]

Ausgehend von diesen Gedanken habe ich zwei Apps, *Music Board* (2011, gemeinsam mit Jens Barth) und *Sound Writer* (2016, gemeinsam mit Chikashi Miyama) entworfen, bei denen die Position des Handys im Raum die Tonfolge und die Musik bestimmt bzw. erzeugt. Beide Apps sind im App Store erhältlich. Wenn jemand Klavier spielt, spielt es keine Rolle, ob das Instrument am Boden steht oder von der Decke hängt oder an der Wand befestigt ist. Die Musik ändert sich keineswegs. Die Partitur wird gespielt wie üblich. Die Musik bleibt unabhängig von der Position des Klaviers im Raum. Bei den zwei Apps hingegen erzeugt die Raumposition des Instruments, nämlich des Smartphones, die Partitur bzw. ändert sich die Tonfolge mit der Raumposition des Instruments.

Beide Apps verwenden das mobile Telefon als universales Klanginstrument, dessen Position im Raum die Musik erzeugt. Das Mobiltelefon ist ja u. a. auch eine Art Kompass, der die Position des Gerätes im elektromagnetischen Feld anzeigt. Die Veränderungen der Raumpositionen des Handys durch Hand- und Armbewegungen erzeugen die »Notation« und die Musik. Die grafische Benutzeroberfläche wird nicht mehr berührt, sondern wird zum Notenblatt, das durch seine Position im Raum selbst Musik erzeugt. Nicht die Bewegungen der Hand auf einem Instrument oder einer zweidimensionalen Benutzeroberfläche, sondern Bewegungen des Instruments im Raum erzeugen die Partituren und den Klang. Es gibt keinen Unterschied mehr zwischen Partitur bzw. Notation und Klangereignis. Notation und Klänge ereignen sich in Echtzeit. Die Notation, das Instrument und das Klangereignis werden eins.

56 Cluster war auch der Name einer deutschen Musikgruppe, die 1969 von Dieter Moebius, Hans-Joachim Roedelius und Conrad Schnitzler, der die Band 1971 wieder verließ, gegründet wurde. Die Band unternahm fruchtbare Kollaborationen mit dem britischen Musiker Brian Eno.



Peter Weibel und Jens Barth, *Music Board*, 2011, App. Die Abbildung rechts zeigt schematisch den Aufbau des Spielbretts mit den unterschiedlichen Layern für jedes Instrument sowie die einzelnen klangauslösenden Objekte: a) ein Sampler-Objekt triggert ein einzelnes Sample, b) ein Sequencer-Objekt triggert mehrere Samples in einer Kette nacheinander mittels internem Pulsgeber, c) ein Melodie-Objekt verändert seine Lage durch Neigung des Devices und kollidiert mit anderen Objekten.

Bei *Music Board* (2011) von Jens Barth und mir zeigt das Display des Handys ein Rasterfeld, auf dem eine virtuelle Kugel rollt. Je nachdem, wie man das Handy hält, wendet und dreht, ähnlich dem Vorgang mit dem gedrehten Blatt Papier, rollt die virtuelle Kugel über das Bildschirmfeld und löst dabei gespeicherte Klänge aus. Die gespeicherten Klänge sind ebenfalls variabel, weil die Felder (wie Quaternionen) im Raum drehbar sind. Außerdem können durch eine Bildleiste andere Tonquellen angesteuert werden. Die virtuelle Bewegung der Kugel im Raum erzeugt die Partitur. Diese wiederum erzeugt die Musik. Räumliche Nachbarschaften überbrücken die Kluft zwischen zwei Tönen.

Meine Idee war es, die kompositorischen Möglichkeiten topologischer Transformationen auszuloten. Schon Johann Sebastian Bach arbeitete mit mathematischen Möglichkeiten, die Reihenfolge von Tönen zu verändern, doch ich wollte die Komposition von Musik als eine zeitliche Reihenfolge in eine Komposition räumlicher Nachbarschaften verwandeln. Eine Melodie vorwärts, rückwärts und in Umkehrung zu spielen, wie in der Dodekafonie, kann bereits als eine Operation im Raum interpretiert werden. Mit einer einfachen Anwendung der Clifford'schen Algebra können Noten als Raumpunkte aufgefasst werden und daher das Notenmaterial durch Drehungen auf der horizontalen bzw. vertikalen Achse verändert werden. Führt man nun Unterteilungen des Materials ein, so entsteht ein generatives Instrument, mit dessen Hilfe sich Musik erzeugen lässt. Durch die Rotation und Spiegelung eines zweidimensionalen Spielfeldes im Raum (Screen des iPhones) lässt sich das mit den Feldern verknüpfte Notenmaterial so manipulieren, dass die Reihenfolge der Töne stets neue Konstellationen, d. h. Melodien, hervorbringt. Ich bat Jens Barth, damals Software-Entwickler und Medienkünstler am Institut für Musik und Akustik des ZKM | Karlsruhe um die Entwicklung dieser App.

»Mit der für iOS entwickelten Applikation *Music Board* können die Nutzerinnen und Nutzer nun verschiedene Partituren auf ihrem Tablet oder iPhone spielen. Das Komponieren von Musik basierend auf zellularen Systemen ermöglicht komplexe und vielfältige musikalische Strukturen. Ausgehend von einem zweidimensionalen Spielbrett, dessen Zellen in einer regulären Ordnung vorliegen, lässt sich das Prinzip veranschaulichen. Die Zellen bilden ein System aus Nachbarschaften (4 x 4), die in Untergruppen (2 x 2) zusammengefasst werden können. Durch Rotation und Spiegelung der Felder entlang symmetrischer

Achsen lassen sich die Nachbarschaften manipulieren. Unterlegt man die einzelnen Zellen mit musikalischen Noten oder Samples, so entsteht eine Art topologische Partitur. Durch die Platzierung von virtuellen »Spielsteinen auf dem Brett«, also dem Screen, werden die Töne einzelner Zellen in rhythmischer Abfolge angestoßen, sodass Melodien entstehen. Die Unterscheidung von Sampler-Objekten, die ein Sample einmalig oder im Loop abspielen, Sequencer-Objekten, die durch einen internen Pulsgeber Nachbarschaften entlang geordneter Ketten durchlaufen und Melodie-Objekten, die durch physikalische Bewegungen des Gerätes ihre räumliche Lage verändern, führt zu erweiterten Möglichkeiten der Navigation innerhalb des zellularen Systems. Durch diese Verbindung aus zeitlicher Domäne (verschiedene Spielsteine) und räumlicher Domäne (Spielbrett bzw. Screen) kann der Nutzer spielerisch das zugrunde liegende Notenmaterial zu komplexen musikalischen Strukturen verknüpfen und so immer neue Kompositionen hervorbringen. Während ich mich mit der Thematik auseinandersetzte, wurde ich mir immer neuer Mittel bewusst, sich innerhalb der zellularen Grundstruktur zu bewegen. So ergänzte ich die steuernden Elemente um physikalische Gesetzmäßigkeiten, z. B. indem ich eine Kugel generierte, deren Lage auf dem Brett durch Bewegungen des Gerätes verändert wird und die mit anderen Objekten kollidieren kann. Ebenso entwickelte ich Formen, die durch einen internen Pulsgeber benachbarte Zellen durchlaufen. Und schließlich gelang es mir durch Verknüpfung und parallele Transformation einzelner Instrumente, die Komplexität der Partitur ein weiteres Mal zu steigern.

Mit *Music Board* können die Nutzerinnen und Nutzer durch räumliche Manipulationen Töne und Reihenfolgen definieren und kontinuierlich verändern. Auch ohne Expertenwissen ermöglicht die Applikation, intuitiv mit generativen Prozessen umzugehen und dabei mit Strukturmethoden neuester Musik zu interagieren. *Music Board* kann als Controller verstanden werden, dessen Potenzial zur Erstellung generativer Kompositionen erst durch weitere »offene« – dem Benutzer zugängliche – Parameter wie etwa Auswahl und Zusammenstellung von Samples, Vorgabe von Tempo und Takt, sowie Anpassung der Objekte vollständig ausgeschöpft wird.«[57]

Die Applikation *Sound Writer* (2016) ist eine Fortsetzung von *Music Board* (2011). Die Programmierung erfolgte durch Chikashi Miyama, Gastkünstler am ZKM | Institut für Musik und Akustik. Hier ändert nicht das Mobiltelefon seine Raumposition und somit auch das Raster- bzw. Gitterfeld aus Zellen seine räumliche Neigung, sondern durch Bewegungen des Gerätes dreht sich eine Kugel im Raum. Auf der Kugel befinden sich Stifte, ähnlich wie die Buchstaben auf dem Kugelkopf einer Schreibmaschine (*Typewriter*). Ebenso können durch Berührungen des Displays optische Barrieren, Flächen, Kämme bewegt werden. Es gibt also mehrere räumliche Variablen: Die Bewegung der Kugel, die Bewegung der Stifte, die Bewegung der Kämme. Diese zwei- und dreidimensionalen Bewegungen erzeugen die Tonfolgen. Eine von Miyama geschriebene Software verbindet diese Bewegungen zur Erzeugung von Klängen: 1. Scene Kit, ein Apple-Framework für 3D-Applikationen und Spiele; 2. Pure Data, eine visuelle Open-Source-Programmiersprache für Klangentwicklung und -synthese, ursprünglich entwickelt von Miller Puckette; 3. libPd, eine C-Bibliothek, die es erlaubt, in Pure Data geschriebene Programme in Applikationen einzubetten. Durch Scene Kit werden die Kugeln, die Kämme sowie die Stifte auf der Oberfläche der Kugel visualisiert. Die Software erkennt zudem, wenn Stifte auf Kämme treffen. Sobald Scene Kit einen solchen Zusammenstoß erfasst, sendet es dem User ein optisches Feedback, indem die getroffenen Stifte eingefärbt dargestellt werden. In Anwendung des implementierten Pure-

57 Im Juni 2016 hat Jens Barth freundlicherweise die vorangegangenen Absätze zu diesem Text beigetragen.

Peter Weibel und Chikashi Miyama, *Sound Writer*, 2016, App

Data-Programms wird dieses Aufeinandertreffen zugleich durch gepitchte Töne sonifiziert. *Sound Writer* generiert also durch spatiale, topologische Parameter stets neue Tonfolgen.

Zu Beginn des 20. Jahrhundert wurden 1. neue analoge Instrumente gebaut, um neue Töne zu erzeugen. Das Tonspektrum erweiterte sich von der Konsonanz zur Dissonanz bis zum Geräusch. 2. Die Instrumente expandierten in Alltagsgegenstände und die musikalischen Performances in Alltagsaktivitäten, mit dem Ergebnis, dass alles was klingt, Musik ist. Alles, was Klang erzeugt, ist ein Musikinstrument. 3. Es wurden auch neue Kompositionsmethoden und elektronische Instrumente erfunden, um neue Töne und Tonfolgen zu erzeugen.

Aus Schönbergs Kreis heraus entstand die Idee einer total organisierten Musik. Wie Hans Heinz Stuckenschmidt schrieb, »Serial techniques are essentially a systematic transference of Schoenberg's 12-tone technique to elements of musical sound other than pitch.«[58] Mit der grafischen Notation der 1950er- und 1960er-Jahre des 20. Jahrhunderts begann die Ahnung einer neuen akustischen Morphogenese, nämlich die grafische Benutzeroberfläche, die erst durch den Computer ermöglicht wurde und die keine Partitur und keine Interpreten und keine Instrumente braucht. Hier wurde die Partitur zum Instrument, die Notation, die gezeichnete Note wurde direkt zum Klang. Bewegungen im Raum, unterstützt von Algorithmen, erzeugen Töne, Melodien.

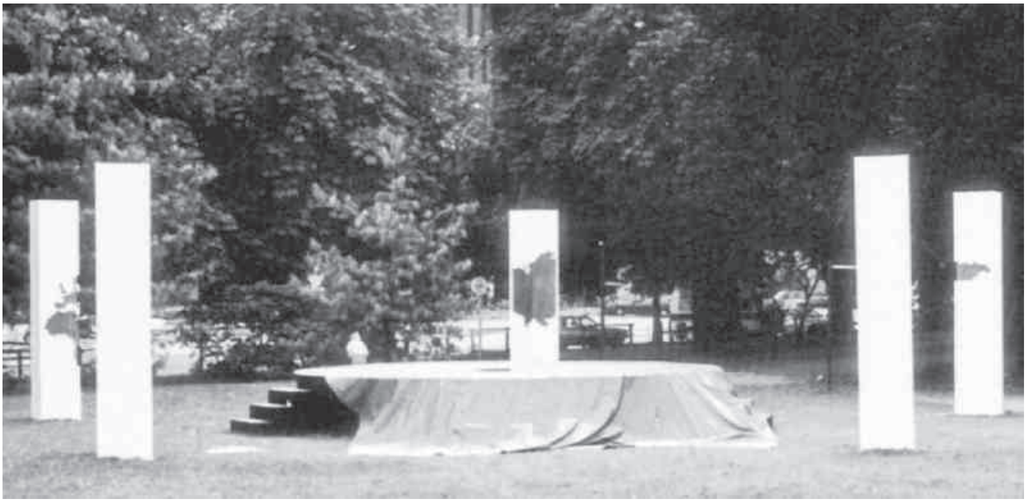
Es werden die Aufgaben der analogen Instrumente von digitalen Instrumenten übernommen, allen voran das Universalinstrument Computer. Zu der neuen Hardware gesellt sich eine neue Software: neue Programme des Komponierens. Diese neuen Kompositionsmethoden bedienen sich der Theorie der (zellulären) Automaten, Chemie, z. B. molekulare Bindungen, Geometrie, Topologie und Clifford'sche Algebra, Netzwerktheorie und Algorithmen. Digitale Instrumente und digitale Software erzeugen einen numerischen Kosmos des Klangs. Die Zukunft der Musik liegt daher im *Rechnenden Raum* (Konrad Zuse).[59]

Der Text basiert auf dem Manuskript eines Vortrags, organisiert von Achim Heidenreich in der Hochschule für Gestaltung Karlsruhe vom 18. November 2010. Er wurde 2016 maßgeblich überarbeitet und erweitert.

---

58 Hans Heinz Stuckenschmidt, *Twentieth Century Music*, McGraw-Hill, New York, 1969; im Original erschienen unter dem Titel *Musik des 20. Jahrhunderts*, München, Kindler, 1969; hier zit. nach Loy 2006, S. 331.

59 Konrad Zuse, *Rechnender Raum*, Vieweg, Braunschweig, 1969.



Peter Weibel, *Spektralmusik. Musica Cosmographica* [*Orbitale Skulptur IV*], 1987, Fotografie der Installation vor dem Brucknerhaus, Linz

Enzyklopädie der Medien
Band 2

Musik und Medien

Vom Klang im technischen Zeitalter

Ausgewählte Schriften von Peter Weibel

HATJE CANTZ

Herausgegeben von der Universität für angewandte Kunst Wien und dem ZKM | Zentrum für Kunst und Medien Karlsruhe.